



TUGAS AKHIR - SM0141501

**PEMODELAN PARAMETER SHORT RATE ( $\beta_2$ )  
PADA MODEL DIEBOLD-LI DENGAN  
MENGUNAKAN PERSAMAAN DIFERENSIAL  
STOKASTIK VASICEK**

MEYLITA SARI  
NRP 06111440000059

Dosen Pembimbing:  
Endah R.M. Putri, Ph.D.  
Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes

DEPARTEMEN MATEMATIKA  
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember  
Surabaya 2018

*Halaman ini sengaja dikosongkan.*



FINAL PROJECT - SM141501

**MODELLING OF SHORT RATE ( $\beta_2$ ) PARAMETER  
DIEBOLD-LI MODEL USING VASICEK  
STOCHASTIC DIFFERENTIAL EQUATION**

MEYLITA SARI

NRP 06111440000059

Supervisors:

Endah R.M. Putri, Ph.D.

Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes

DEPARTMENT OF MATHEMATICS

Faculty of Computations, Mathematics, and Data Sciences

Sepuluh Nopember Institute of Technology

Surabaya 2018

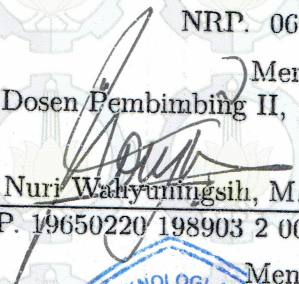
*Halaman ini sengaja dikosongkan.*

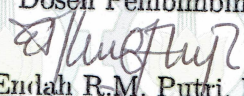
**LEMBAR PENGESAHAN**  
**PEMODELAN PARAMETER *SHORT RATE***  
**( $\beta_2$ ) PADA MODEL DIEBOLD-LI DENGAN**  
**MENGUNAKAN PERSAMAAN**  
**DIFERENSIAL STOKASTIK VASICEK**  
***MODELLING OF SHORT RATE ( $\beta_2$ )***  
***PARAMETER DIEBOLD-LI MODEL USING***  
***VASICEK STOCHASTIC DIFFERENTIAL***  
***EQUATION***

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat  
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains  
pada  
Bidang Studi Matematika Terapan  
Program Studi S-1 Departemen Matematika  
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya


Oleh:  
MEYLITA SARI  
NRP. 06111440000059

Menyetujui,  
Dosen Pembimbing II,

  
Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes  
NIP. 19650220 198903 2 002

Dosen Pembimbing I,  
  
Endang R.M. Putri, Ph.D.  
NIP. 19761213 200212 2 001

Mengetahui,  
Kepala Departemen Matematika  
FMKSD ITS

  
Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT  
NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, 19 Juli 2018

*Halaman ini sengaja dikosongkan.*

# PEMODELAN PARAMETER *SHORT RATE* ( $\beta_2$ ) PADA MODEL DIEBOLD-LI DENGAN MENGUNAKAN PERSAMAAN DIFERENSIAL STOKASTIK VASICEK

Nama Mahasiswa : MEYLITA SARI  
NRP : 06111440000059  
Departemen : Matematika FMKSD-ITS  
Pembimbing : 1. Endah R.M. Putri, Ph.D.  
2. Dra. Nuri Wahyuningasih, M.Kes

## Abstrak

*Investasi merupakan penanaman modal oleh investor guna memperoleh keuntungan. Salah satu jenis investasi yaitu obligasi. Tingkat keuntungan dari investasi obligasi disebut dengan imbal hasil yield yang dinyatakan dalam presentase. Yield menggambarkan ekspektasi pasar terhadap pergerakan tingkat suku bunga sesuai dengan kondisi pasar yang terjadi pada waktu tertentu. Nilai yield akan selalu berubah mengikuti proses stokastik. Pada tugas akhir ini, dilakukan estimasi parameter short rate ( $\beta_2$ ) pada Model Diebold-Li dengan menerapkan metode least square. Selanjutnya, dibentuk pemodelan berdasarkan hasil estimasi parameter short rate ( $\beta_2$ ) pada model Diebold-Li dengan menggunakan persamaan diferensial stokastik Vasicek. Hasil akhir menunjukkan bahwa pemodelan parameter short rate ( $\beta_2$ ) pada model Diebold-Li menggunakan persamaan diferensial stokastik Vasicek menghasilkan nilai prediksi yang mempunyai tingkat akurasi tinggi. Hal tersebut didukung dengan MAPE nilai prediksi dari hasil pemodelan parameter short rate ( $\beta_2$ ) pada model Diebold-Li sebesar 8.65 % yang berarti tingkat akurasi prediksi hasil pemodelan parameter short rate ( $\beta_2$ ) tinggi.*

**Kata-kunci:** *Obligasi, yield, Persamaan Diferensial Stokastik Vasicek, Model Diebold-Li*

*Halaman ini sengaja dikosongkan.*



# MODELLING OF SHORT RATE ( $\beta_2$ ) PARAMETER DIEBOLD-LI MODEL USING VASICEK STOCHASTIC DIFFERENTIAL EQUATION

Name : MEYLITA SARI  
NRP : 06111440000059  
Department : Mathematics FMKSD-ITS  
Supervisors : 1. Endah R.M. Putri, Ph.D.  
2. Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes

## Abstract

*Investment is the activity of investing or allocating money to earn some profit. There are several type of investments, one of which is bond. The interest rate of the bond is called the yield and expressed in percentage. Yield is considered a representation of market expectations depends on the interest rate movements according to market price at a certain time. The yield's value will change following the stochastic process. In this final project, estimation of short rate ( $\beta_2$ ) parameter Diebold-Li model by applying least square method. Then, modeling is based on the result estimation of short rate ( $\beta_2$ ) parameter Diebold-li model using Vasicek Stochastic Differential Equation. The final result that modelling of short rate ( $\beta_2$ ) parameter Diebold-Li model using Vasicek Stochastic Differential Equation generate prediction value that have a high level of accurate. It is appropriate by MAPE prediction value of 8.65% thats mean a high level accurate prediction result the modelling of short rate ( $\beta_2$ ) parameter Diebold-Li.*

**Keywords:** *Bond, yield, Vasicek Stochastic Differential Equation, Diebold-Li Model*

*Halaman ini sengaja dikosongkan.*

## KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Alhamdulillahirobbil'aalamiin, segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah memberikan limpahan rahmat, taufik serta hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul

### **"PEMODELAN PARAMETER *SHORT RATE* ( $\beta_2$ ) PADA MODEL DIEBOLD-LI DENGAN MENGUNAKAN PERSAMAAN DIFERENSIAL STOKASTIK VASICEK"**

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Departemen Matematika FMKSD Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih dan penghargaan kepada:

1. Bapak Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT selaku Kepala Departemen Matematika ITS yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama perkuliahan hingga terselesaikannya Tugas Akhir ini.
2. Ibu Endah R.M Putri, S.Si, M.T, Ph.D dan Ibu Dra. Nuri Wahyuningsih, M.Kes selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan dan motivasinya kepada penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat terselesaikan dengan baik.

3. Ibu Dra. Farida Agustini Widjajati, MS, Ibu Dra. Laksmi Prita Wardhani, M.Si, dan Ibu Sunarsini, S.Si, M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan saran dan arahan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.
4. Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si selaku ketua prodi sarjana Departemen Matematika ITS.
5. Bapak Drs. Iis Herisman, M.Si selaku sekretaris prodi sarjana Departemen Matematika ITS.
6. Bapak Dr. Chairul Imron, MI.Komp selaku dosen wali yang telah memberikan arahan akademik selama penulis menempuh pendidikan di Departemen Matematika FMKSD ITS.
7. Bapak dan Ibu dosen serta para staf Departemen Matematika ITS yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.
8. Ayah Slamet Riyanto dan Ibu Sumah tercinta yang selalu mendoakan, menguatkan, dan mendukung penulis sehingga penulis bisa sampai saat ini.
9. Moch. Reza Habibi yang selalu memberi semangat dan membantu penulis selama mengerjakan Tugas Akhir ini.
10. Itsna, Fara, Ana, dan Halimah yang selalu memberikan doa, dukungan, semangat, dan fasilitas selama penulis mengerjakan Tugas Akhir. Khususnya Keluarga Ashar yang turut menemani suka duka masa perkuliahan ini.
11. Teman-teman AKSIOM14 yang selalu memberikan doa dan dukungannya kepada penulis. Serta, teman-teman seperjuangan 118 yang saling mendukung, menguatkan, dan memotivasi satu sama lain.

12. Semua pihak yang tidak bisa disebutkan satu-persatu. Terima kasih telah mendoakan dan mendukung penulis sampai dengan selesainya program ini.

Penulis juga menyadari bahwa dalam pengerjaan ini masih terdapat kekurangan. Oleh sebab itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Akhir kata, penulis berharap semoga penulisan ini dapat bermanfaat bagi banyak pihak.

Surabaya, 19 Juli 2018

Penulis

*Halaman ini sengaja dikosongkan.*

## DAFTAR ISI

	Hal
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xv
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
DAFTAR LAMPIRAN	xxiii
DAFTAR SIMBOL	xxv
BAB I      PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang Masalah .....	1
1.2 Rumusan Masalah .....	3
1.3 Batasan Masalah .....	3
1.4 Tujuan .....	4
1.5 Manfaat .....	4
1.6 Sistematika Penulisan .....	5
BAB II      TINJAUAN PUSTAKA	7
2.1 Penelitian Terdahulu .....	7
2.2 Uji Normalitas .....	7
2.3 Proses Stokastik .....	8
2.4 Persamaan Diferensial Stokastik .....	9

2.5	<i>Random walk</i> . . . . .	10
2.6	Proses Wiener ( <i>Brownian Motion</i> ) . . . . .	15
2.7	Integral <i>Itô</i> . . . . .	16
2.8	Model Vasicek . . . . .	17
2.9	Model Diebold-Li . . . . .	18
2.10	<i>Return Yield</i> Obligasi . . . . .	21
2.11	Estimasi <i>Ordinary Least Square</i> (OLS) . . . . .	22
2.12	MAPE . . . . .	22
2.13	Selang Kepercayaan . . . . .	23
BAB III	METODE PENELITIAN . . . . .	25
BAB IV	ANALISIS DAN PEMBAHASAN . . . . .	29
4.1	Implementasi Data <i>yield</i> Obligasi SBN pada Model Diebold-Li . . . . .	29
4.2	Perhitungan <i>Return</i> nilai $\beta_2$ pada model Diebold-Li . . . . .	32
4.3	Uji Normalitas . . . . .	33
4.4	Penyelesaian Persamaan Diferensial Stokastik Vasicek . . . . .	35
4.5	Estimasi Nilai Parameter Persamaan Diferensial Stokastik Vasicek . . . . .	40
4.6	Analisis pemodelan parameter <i>short rate</i> ( $\beta_2$ ) model Diebold-Li . . . . .	45
4.6.1	Menghitung Nilai Parameter Persamaan Diferensial Stokastik Vasicek . . . . .	45
4.6.2	Validasi pemodelan parameter <i>short rate</i> ( $\beta_2$ ) model Diebold Li menggunakan persamaan diferensial stokastik Vasicek . . . . .	48
4.7	Prediksi Parameter <i>short rate</i> $\beta_2$ Model Diebold-Li menggunakan Persamaan Diferensial Stokastik . . . . .	56



BAB V	PENUTUP	61
5.1	Kesimpulan .....	61
5.2	Saran .....	62
DAFTAR PUSTAKA		63
LAMPIRAN		65
BIODATA PENULIS		123

*Halaman ini sengaja dikosongkan.*

## DAFTAR GAMBAR

	Hal
Gambar 3.1 Diagram Alir Metodologi Penelitian . . .	27
Gambar 4.1 Grafik Faktor pengali model Diebold-Li	30
Gambar 4.2 Plot data <i>Return</i> $\beta_2$ model Diebold-Li .	33
Gambar 4.3 Uji Normalitas Return data $\beta_2$ pada Model Diebold-Li . . . . .	34
Gambar 4.4 Histogram Return data $\beta_2$ pada Model Diebold-Li . . . . .	35
Gambar 4.5 Hasil Analisis Validasi Model . . . . .	53
Gambar 4.6 Realisasi Lintasan Prediksi $\beta_2$ dengan $i = 1000$ . . . . .	54
Gambar 4.7 Realisasi Lintasan Prediksi $\beta_2$ dengan $i = 10$ . . . . .	55
Gambar 4.8 Realisasi Lintasan Prediksi $\beta_2$ dengan $i = 100$ . . . . .	55
Gambar 4.9 Grafik Selang Kepercayaan Prediksi nilai parameter $\beta_2$ Model Diebold Li . .	59

*Halaman ini sengaja dikosongkan.*

## DAFTAR TABEL

	Hal
Tabel 2.1 Persentase MAPE dan Tingkat Akurasi Peramalan .....	23
Tabel 4.1 Hasil estimasi parameter $\mu$ , $\theta$ , dan $\sigma$ ....	48
Tabel 4.2 Data Aktual dan Hasil Pemodelan Nilai $\beta_2$	51
Tabel 4.3 Selang Kepercayaan Prediksi nilai parameter $\beta_2$ Model Diebold Li .....	59

*Halaman ini sengaja dikosongkan.*

## DAFTAR LAMPIRAN

	<b>Hal</b>
LAMPIRAN A Tabel Data Harga Yield Obligasi SBN RI . . . . .	67
LAMPIRAN B Tabel Data Nilai $\beta_2$ pada model Diebold-Li . . . . .	93
LAMPIRAN C Tabel <i>Return</i> Nilai $\beta_2$ pada Model Diebold-Li . . . . .	97
LAMPIRAN D Tabel Nilai Kritis Uji <i>Kolmogorov-</i> <i>Smirnov</i> . . . . .	101
LAMPIRAN E Uji Normalitas <i>Return</i> Nilai $\beta_2$ Model Diebold-Li . . . . .	103
LAMPIRAN F Estimasi Parameter . . . . .	109
LAMPIRAN G Tabel Prediksi Nilai $\beta_2$ Model Diebold-Li pada Apr 18 - Des 18 . . .	113
LAMPIRAN H Program Matlab Data Nilai Parameter mode Diebold-Li . . . . .	115
LAMPIRAN I Program Matlab Prediksi $\beta_2$ Diebold-Li dengan PDS Vasicek . . . . .	119
LAMPIRAN K Biodata Penulis . . . . .	123

*Halaman ini sengaja dikosongkan.*



## Daftar Simbol

$dP$	Perubahan nilai <i>yield</i>
$\mu(P, t)$	Fungsi <i>drift yield</i>
$\sigma(P, t)$	Fungsi volatilitas <i>yield</i>
$dZ$	Perubahan pada Proses standar <i>Wiener</i>
$\eta$	Parameter <i>mean reversion</i>
$\theta$	Parameter drift
$\sigma$	Parameter Volatilitas
$R_t$	<i>return</i> return harga yield obligasi pada waktu $t$
$dr(t)$	perubahan interest rate
$r_{(t-1)}$	nilai $\beta_2$ model Diebold-Li pada waktu $t - 1$
$r(t)$	nilai $\beta_2$ model Diebold-Li pada waktu $t$
$r(t + 1)$	nilai $\beta_2$ model Diebold-Li pada waktu $t + 1$
$N$	jumlah data aktual nilai $\beta_2$ model Diebold-Li
$y_t(\tau)$	yield pada saat $t$ dengan waktu jatuh tempoh $\tau$
$\beta_{1t}$	Parameter long term pada waktu $t$
$\beta_{2t}$	Parameter Short term pada waktu $t$
$\beta_{3t}$	Parameter Medium term pada waktu $t$
$\tau$	waktu jatuh tempoh
$\lambda$	parameter penentu laju
$F_t$	prediksi nilai $\beta_2$ model Diebold-Li pada waktu $t$
$F_{t-1}$	prediksi nilai $\beta_2$ model Diebold-Li pada waktu $t - 1$
$N(0, 1)$	distribusi normal dengan <i>mean</i> 0 dan varian 1
$\alpha$	Taraf signifiksi

*Halaman ini sengaja dikosongkan.*

# **BAB I**

## **PENDAHULUAN**

Pada bab ini dibahas hal-hal yang menjadi latar belakang permasalahan dalam Tugas Akhir ini. Kemudian permasalahan tersebut disusun kedalam suatu rumusan masalah. Selanjutnya dijabarkan batasan masalah untuk memperoleh tujuan serta manfaat. Adapun sistematika penulisan diuraikan pada bagian akhir bab ini.

### **1.1 Latar Belakang Masalah**

Seiring perkembangan zaman, investasi menjadi salah satu pilihan masyarakat dalam berbisnis. Salah satu jenis investasi yaitu obligasi. Obligasi merupakan surat utang jangka menengah-panjang yang dapat dipindah-tangankan dan berisi janji dari pihak yang menerbitkan obligasi untuk membayar imbalan berupa bunga pada periode tertentu dan melunasi pokok utang pada waktu yang telah ditentukan oleh pihak pembeli obligasi. Singkatnya, obligasi dapat dipahami sebagai utang uang yang harus dibayarkan oleh debitur kepada kreditur [1].

Di Indonesia, perdagangan obligasi meliputi obligasi negara yang diterbitkan pemerintah Republik Indonesia dan obligasi yang diterbitkan oleh korporasi. Keduanya mempunyai tujuan yang sama yaitu mendapatkan pendanaan berupa hutang yang akan dibayarkan kembali dalam jangka waktu tertentu. Obligasi yang akan dibahas merupakan jenis obligasi yang diterbitkan oleh pemerintah Republik Indonesia dalam bentuk Surat Berharga Negara (SBN). Surat Berharga Negara ini digunakan oleh pemerintah antara lain

untuk membiayai defisit APBN serta menutup kekurangan kas jangka pendek dalam satu tahun anggaran.

Hal yang menarik dari investasi obligasi adalah memberikan pendapatan tetap (*fixed income*) berupa kupon, dan ini merupakan ciri utama dari obligasi dimana pemegang obligasi akan mendapatkan suatu pendapatan bunga secara rutin sampai jangka waktu berlakunya obligasi. Selain pendapatan berupa kupon, investasi obligasi juga mendapatkan imbal hasil (*yield*) yang tetap yang akan diperoleh apabila obligasi tersebut dipegang sampai waktu jatuh tempo. *Yield* menggambarkan ekspektasi para investor terhadap pergerakan tingkat suku bunga sesuai kondisi pasar pada waktu tertentu. Oleh karena itu, salah satu faktor penting yang harus diperhatikan investor sebelum berinvestasi obligasi adalah imbal hasil (*yield*) yang diperoleh dari investasinya. Nilai *yield* dari Surat Berharga Negara Obligasi menggambarkan tingkat *return* yang akan diperoleh oleh para investor yang akan berinvestasi pada Surat Berharga Negara dan ekspektasi pasar terhadap Surat Berharga Negara tersebut.

Untuk pemodelan *yield* pada penelitian awal dilakukan oleh Vasicek (1977), Cox, Ingersoll, dan Ross (1985), Hull dan White (1990), Heath, Jarrow, dan Morton (1992) [3]. Pada tahun 1987 diperkenalkan model Nelson Siegel, kemudian pada tahun 1994 Svensson melanjutkan metode Nelson Siegel dengan menambahkan parameter ( $\beta_3$ ) dan ( $\tau_2$ ) untuk menambahkan fleksibilitas kurva sehingga terbentuk Metode Nelson Siegel Svensson. Model Nelson Siegel Svensson menggunakan beberapa parameter ( $\beta_0$ ), ( $\beta_1$ ), ( $\beta_2$ ), dan ( $\beta_3$ ) yang telah memperhitungkan *long term*, *short term* dan *medium term interest rates* dengan menggunakan *decay factor*. Model Nelson Siegel Svensson menghasilkan estimasi yang bagus untuk kurva *yield* yang mana dapat diinterpretasikan

sebagai *level*, *slope*, dan *curvature*. Akan tetapi, untuk mendapatkan estimasi parameter tersebut terdapat kesulitan karena adanya sifat non-linear pada kurva *yield*. Sehingga suatu pendekatan alternatif dikemukakan oleh Diebold dan Li (2006), yaitu meramalkan kurva *yield* dimana Diebold dan Li melakukan peramalan obligasi pemerintah Amerika dan mengembangkan model Nelson Siegel menjadi Nelson Siegel Dinamik. Dan telah mengatasi permasalahan estimasi dengan membuat tetap parameter yang menyebabkan ketidaklinearan dan menyelesaikan permasalahan linear dengan menggunakan *Ordinary Least Square* [4].

Oleh karena itu, dalam Tugas Akhir ini dibahas mengenai model Diebold dan Li dengan parameter  $(\beta_1), (\beta_2)$ , dan  $(\beta_3)$ . Model Diebold-Li digunakan untuk menentukan nilai parameter *short rate*  $(\beta_2)$  pada model Diebold Li. Selanjutnya dengan menggunakan persamaan diferensial stokastik Vasicek dapat dibentuk pemodelan parameter *short rate*  $(\beta_2)$ . Sekaligus untuk menganalisis hasil pemodelan parameter *short rate*  $(\beta_2)$  pada model Diebold Li yang selanjutnya menjadi output dari penulisan Tugas Akhir ini.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, rumusan masalah dalam Tugas Akhir yaitu :

1. Bagaimana mendapatkan pemodelan parameter *short rate*  $(\beta_2)$  pada model Diebold-Li dengan menggunakan Persamaan Diferensial Stokastik Vasicek?
2. Bagaimana analisa hasil pemodelan parameter *short rate*  $(\beta_2)$  pada model Diebold-Li dengan menggunakan Persamaan Diferensial Stokastik Vasicek?

## 1.3 Batasan Masalah

Berdasarkan rumusan masalah tersebut, batasan masalah dari Tugas Akhir ini adalah:

1. Data yang digunakan untuk pemodelan parameter adalah data harga *yield* Surat Berharga Negara (SBN) periode Januari 2010 - Maret 2018.
2. Parameter  $\beta_1$  dan  $\beta_3$  diasumsikan mempunyai nilai berdasarkan model *random walk* yang digunakan oleh Direktorat Jenderal Pengelolaan Pembiayaan dan Resiko Kementerian Keuangan RI.
3. Nilai *yield* dianggap nol ketika obligasi sudah dipindahtanggankan ke pihak lain.
4. Nilai Parameter  $\lambda_t$  sebesar 0.29 yang digunakan oleh Direktorat Jenderal Pengelolaan Pembiayaan dan Resiko Kementerian Keuangan RI.
5. Nilai *drift* dan volatilitas dianggap konstan.

#### 1.4 Tujuan

Tujuan Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut :

1. Mendapatkan pemodelan parameter *short rate* ( $\beta_2$ ) pada model Diebold-Li dengan menggunakan Persamaan Diferensial Stokastik Vasicek.
2. Analisa hasil pemodelan parameter *short rate* ( $\beta_2$ ) pada model Diebold-Li dengan menggunakan Persamaan Diferensial Stokastik Vasicek.

#### 1.5 Manfaat

Manfaat Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut :

1. Sebagai suatu bentuk kontribusi dalam pengembangan ilmu matematika dibidang keuangan.
2. Membantu menganalisa pemodelan parameter *short rate* ( $\beta_2$ ) pada model Diebold-Li dengan menggunakan Persamaan Diferensial Stokastik Vasicek.

3. Sebagai bahan pertimbangan investor untuk mengambil keputusan dalam hal investasi obligasi pemerintah.
4. Sebagai literatur penunjang bagi mahasiswa yang menempuh jenjang sarjana.

## 1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan disusun dalam lima bab, yaitu:

### 1. BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi tentang gambaran umum dari penulisan yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan.

### 2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Bab ini membahas landasan teori yang mendasari penulisan Tugas Akhir. Didalamnya mencakup penelitian terdahulu, Uji Normalitas, Proses Stokastik, Persamaan Diferensial Stokastik, *Brownian Motion*, *Random Walk*, Persamaan Diferensial Stokastik Vasicek, Model Diebold-Li, Estimasi Parameter, MAPE, dan Selang Kepercayaan. Materi-materi tersebut digunakan sebagai acuan dalam pengerjaan Tugas Akhir.

### 3. BAB III METODE PENELITIAN

Bab ini menjelaskan langkah-langkah yang digunakan dalam penyelesaian masalah pada Tugas Akhir. Disamping itu, dijelaskan pula prosedur dan proses pelaksanaan tiap-tiap langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.

### 4. BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dijelaskan mengenai implementasi data *yield* pada Model Diebold-Li, perhitungan *return  $\beta_2$  yield* obligasi, uji normalitas *return  $\beta_2$  yield* obligasi, konstruksi Persamaan Diferensial Stokastik Vasicek,

estimasi parameter, dan pemodelan prediksi parameter *short rate*  $\beta_2$  menggunakan *software* Matlab.

## 5. BAB V PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan akhir yang diperoleh dari analisis dan pembahasan pada bab sebelumnya serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.



## BAB II

### TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini dibahas landasan teori yang mendasari penulisan Tugas Akhir, antara lain penelitian terdahulu, Uji Normalitas, Proses Stokastik, Persamaan Diferensial Stokastik, *Brownian Motion*, *Random Walk*, *return yield*, Persamaan Diferensial Stokastik Vasicek, model Diebold-Li, Estimasi Parameter, MAPE, dan Selang Kepercayaan.

#### 2.1 Penelitian Terdahulu

Berbagai penelitian telah digunakan untuk menghitung kurva *yield*. Francis X. Diebold dkk menjelaskan mengenai estimasi parameter model kurva *yield* Nelson Siegel dan menghasilkan tetap parameter  $\beta_1, \beta_2$ , dan  $\beta_3$ . Sehingga memberikan model dinamis kurva *yield* Nelson Siegel [5]. Caldeira J.F. dkk menjelaskan mengenai efisiensi dan estimasi model *term structure curve* pendekatan model Diebold-Li dengan menggunakan Kalman Filter. Sehingga didapatkan *error* kecil dalam estimasi [6].

Sedangkan Model Vasicek telah digunakan dalam penelitian Diani Sarah yang menjelaskan mengenai memodelkan harga obligasi dengan bunga fluktuasi menggunakan model Vasicek jangka pendek dan menghasilkan pemodelan suku bunga menggunakan Vasicek lebih baik digunakan pada waktu yang pendek dan pemodelan tidak dapat menjelaskan fluktuasi data suku bunga [7].

#### 2.2 Uji Normalitas

Untuk mengetahui apakah data berdistribusi normal sehingga dapat dipakai dalam statistik parametrik adalah

dengan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov* dengan langkah-langkah sebagai berikut:

Hipotesis :

$H_0 : F(x) = F_0(X)$  Untuk data sampel berdistribusi normal.

$H_1 : F(x) \neq F_0(X)$  Untuk data sampel tidak berdistribusi normal.

Statistik Uji :

$$D_{hitung} = maks|F_0(X) - S_N(X)| \quad (2.1)$$

dengan :

$D_{hitung}$  : Devisiasi maksimum

$maks|F_0(X) - S_N(X)|$  : nilai maksimum untuk semua  $x$  dari selisih mutlak  $F_0(X)$  dan  $S_N(X)$

$F_0(X)$  : fungsi berdistribusi yang dihipotesiskan berdistribusi normal

$S_N(X)$  : fungsi berdistribusi komulatif dari data sampel.

Kriteria Pengujian :

Jika  $D_{hitung} < D_{\alpha,n}$  (nilai  $\alpha = 0.05$ ), maka  $H_0$  diterima yang berarti data sampel berdistribusi normal. Dalam uji normalitas dengan menggunakan *software* minitab, apabila nilai  $P_{value} > 0.05$  yang berarti  $H_0$  diterima dan data sampel berdistribusi normal. Dimana  $P_{value}$  merupakan nilai signifikansi terendah dari suatu pengujian hipotesa, serta  $D_{\alpha,n}$  merupakan nilai devisiasi yang diperoleh dari tabel distribusi dengan menunjukkan selang kepercayaan sebesar  $\alpha$  dan banyaknya data sampel sebesar  $n$ .

### 2.3 Proses Stokastik

Proses stokastik adalah suatu variabel yang berubah nilainya dari waktu ke waktu dengan cara yang tidak pasti, yaitu perubahan keadaan beberapa sistem dari waktu ke waktu bergantung pada kesempatan [8]. Proses

stokastik dibagi menjadi dua, yaitu diskrit dan kontinu. Proses tersebut dikatakan proses diskrit jika  $n \in T$  bisa dihitung, yaitu jika  $T = 0, 1, 2, \dots, n$  menghasilkan proses waktu  $X_{(0)}, X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$  dapat ditulis  $(X_{(n)}, n \geq 0)$ . Sebaliknya jika proses stokastik dikatakan kontinu jika  $t \in T$  tidak dapat terhitung atau  $T = [0, \infty)$ . Proses stokastik kontinu dapat ditulis  $(X(t), t \geq 0)$ .

Proses stokastik diskrit merupakan himpunan variabel acak dalam bentuk  $(X(n); n \in T)$ , dimana untuk setiap  $n \in T$ ;  $X(n)$  adalah variabel acak dengan  $n$  yang menginterpretasikan waktu dan  $X(n)$  adalah state dari proses pada saat  $n$ .  $T$  merupakan ruang parameter dari proses stokastik  $(X(n))$ . Karena  $X(n)$  adalah suatu variabel acak, maka tidak diketahui secara pasti pada keadaan mana proses tersebut akan berada pada saat  $n$ .

Proses stokastik banyak digunakan untuk memodelkan suatu sistem yang dijalankan pada suatu lingkungan yang tidak dapat diduga. Harga *yield* yang dipengaruhi pergerakan suku bunga merupakan salah satu contoh dari proses stokastik, karena pergerakannya cepat serta tidak pasti seiring dengan waktu.

## 2.4 Persamaan Diferensial Stokastik

Pergerakan suku bunga yang mempengaruhi *yield* bergerak seiring waktu dengan cara yang tidak pasti. Fluktuasi struktur jangka waktu tingkat bunga (*term structure of interest rate*) termasuk dalam proses stokastik. Suatu proses stokastik  $P(t)$  untuk  $t \geq 0$  dijalankan dengan persamaan diferensial stokastik atau proses *Ito* yang mendeskripsikan perkembangannya. Secara umum, pergerakan *yield* saat ini dalam model satu faktor di wakili dengan persamaan diferensial stokastik [9] :

$$dP = \eta(P, t)dt + \sigma(P, t)dZ \quad (2.2)$$

dengan :

$dP$  : Perubahan nilai *yield*.

$\eta(P, t)$  : Fungsi *drift yield*.

$\sigma(P, t)$  : Fungsi volatilitas *yield*.

$dZ$  : Perubahan pada Proses standar *Wiener*.

## 2.5 *Random walk*

*Random walk* merupakan tahapan pertama untuk memahami *Brownian motion*. *Random walk* adalah gerak acak dari step  $t$  ke step  $t + 1$ . Terdapat dua jenis *random walk*, yaitu *random walk* simetri dan *random walk* asimetri [16].

### 1. *Random walk simetri*

Misalkan  $V_i$  adalah kejadian dimana harga *yield* bergerak naik atau turun saat  $i$ . Nilai dari setiap gerak *yield* dinotasikan  $\Delta x$ , nilai dari  $\Delta x = 1$  untuk harga naik, dan  $\Delta x = -1$  untuk harga turun. Waktu dari setiap gerak harga *yield* dinotasikan  $\Delta t$ , dengan  $\Delta t = 1$ .

$$P(V_i) = \frac{1}{2}; V_i = 1, -1$$

Nilai dari  $E(V_i)$  dan  $Var(V_i)$  adalah

$$\begin{aligned} E(V_i) &= \sum_{i=1} V_i P(V_i) \\ &= V_1 P(V_1) + V_2 P(V_2) \\ &= (1) \frac{1}{2} + (-1) \frac{1}{2} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E(V_i^2) &= \sum_{i=1} V_i^2 P(V_i) \\
&= V_1^2 P(V_1) + V_2^2 P(V_2) \\
&= (1^2) \frac{1}{2} + (-1)^2 \frac{1}{2} \\
&= 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Var(V_i) &= E(V_i^2) - (E(V_i))^2 \\
&= 1 - 0 \\
&= 1
\end{aligned}$$

Misalkan  $N$  adalah suatu bilangan bulat positif dimana  $\Delta t = \frac{1}{N}$  sehingga untuk  $N\Delta t = 1$ . Nilai dari *random walk* saat  $t = 1$  dengan  $N$  langkah adalah  $W_1^{(N)} = \Delta x(V_1 + V_2 + \dots + V_N)$ . Nilai dari  $Var(W_1^{(N)})$  ialah :

$$\begin{aligned}
Var(W_1^{(N)}) &= Var(\Delta x(V_1 + V_2 + \dots + V_N)) \\
&= (\Delta x)^2 \{Var(V_1) + Var(V_2) + \dots + Var(V_N)\} \\
&= (\Delta x)^2 \cdot 1 \cdot N \\
&= \frac{(\Delta x)^2}{\Delta t}
\end{aligned}$$

Dengan nilai dari setiap gerak *yield* naik  $\Delta x = 1$  dan setiap gerak *yield* turun  $\Delta x = -1$ , didapatkan nilai  $\frac{(\Delta x)^2}{\Delta t}$  bernilai 1. Sehingga nilai dari  $Var(W_1^{(N)}) = 1 = Var(V_i)$  [16]

$$\begin{aligned}
Var(W_1^{(N)}) &= Var(V_i) \\
\frac{(\Delta x)^2}{\Delta t} &= 1 \\
(\Delta x)^2 &= \Delta t \\
\Delta x &= \sqrt{\Delta t}
\end{aligned}$$

Didefinisikan  $Z_t$  adalah nilai *random walk* saat  $t$ , dengan nilai dari  $Z_t = V_1 + V_2 + \dots + V_{\frac{t}{\Delta t}}$ . Dengan gerak perubahan kenaikan memiliki probabilitas nilai lebih kecil.

$$P(V_i) = \begin{cases} \frac{1}{2} & ; V_i = \sqrt{\Delta t} \\ \frac{1}{2} & ; V_i = -\sqrt{\Delta t} \end{cases}$$

Nilai  $E(Z_t)$  dan  $Var(Z_t)$  ialah :

$$\begin{aligned} E(V_i) &= \sum_{i=1} V_i P(V_i) \\ &= V_1 P(V_1) + V_2 P(V_2) \\ &= (\sqrt{\Delta t}) \frac{1}{2} + (-\sqrt{\Delta t}) \frac{1}{2} \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(V_i^2) &= \sum_{i=1} V_i^2 P(V_i) \\ &= V_1^2 P(V_1) + V_2^2 P(V_2) \\ &= (\sqrt{\Delta t})^2 \frac{1}{2} + (-\sqrt{\Delta t})^2 \frac{1}{2} \\ &= \Delta t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Var(V_i) &= E(V_i^2) - (E(V_i))^2 \\ &= \Delta t - 0 \\ &= \Delta t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(Z_t) &= E[V_1 + V_2 + \dots + V_{\frac{t}{\Delta t}}] \\ &= E(V_1) + E(V_2) + E(V_3) + \dots + E(V_{\frac{t}{\Delta t}}) \\ &= 0 + 0 + 0 + \dots + 0 \end{aligned}$$

$$= 0$$

$$\begin{aligned}
E(Z_t^2) &= E[V_1^2 + V_2^2 + \dots + V_{\frac{t}{\Delta t}}^2] \\
&= E(V_1^2) + E(V_2^2) + \dots + E(V_{\frac{t}{\Delta t}}^2) \\
&= \frac{t}{\Delta t} \cdot \Delta t \\
&= t \\
Var(Z_t) &= E(Z_t^2) - (E(Z_t))^2 \\
&= t - 0 \\
&= t
\end{aligned}$$

Proses *random walk* simetri dengan  $t \rightarrow 0$  disebut dengan *Brownian motion* standar.

## 2. **Random Walk Asimetri**

Pada *random walk* asimetri probabilitas harga dari *yield* naik atau turun berbeda. Dimisalkan gerak naik memiliki probabilitas yang lebih besar.

$$P(V_i) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma} & ; V_i = \sigma\sqrt{\Delta t} \\ \frac{1}{2} - \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma} & ; V_i = -\sigma\sqrt{\Delta t} \end{cases}$$

Didefinisikan  $Z_t$  adalah nilai dari *random walk* saat  $t$ , dengan nilai dari  $Z_t = V_1 + V_2 + \dots + V_{\frac{t}{\Delta t}}$ . Maka nilai dari  $E(Z_t)$  dan  $Var(Z_t)$  adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
E(V_i) &= \sum_{i=1} V_i P(V_i) \\
&= V_1 P(V_1) + V_2 P(V_2) \\
&= \left( (\sigma\sqrt{\Delta t}) \left( \frac{1}{2} + \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma} \right) + (-\sigma\sqrt{\Delta t}) \left( \frac{1}{2} - \frac{\mu\sqrt{\Delta t}}{2\sigma} \right) \right) y
\end{aligned}$$

$$= \mu \Delta t$$

$$\begin{aligned}
 E(V_i^2) &= \sum_{i=1} V_i^2 P(V_i) \\
 &= V_1^2 P(V_1) + V_2^2 P(V_2) \\
 &= \left( (\sigma^2 \Delta t) \left( \frac{1}{2} + \frac{\mu \sqrt{\Delta t}}{2\sigma} \right) + (\sigma^2 \Delta t) \left( \frac{1}{2} - \frac{\mu \sqrt{\Delta t}}{2\sigma} \right) \right) \\
 &= \sigma^2 \Delta t
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Var(V_i) &= E(V_i)^2 - (E(V_i))^2 \\
 &= \sigma^2 \Delta t - (\mu \Delta t)^2 \\
 &= \Delta t (\sigma^2 - \mu^2 \Delta t)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E(Z_t) &= E(V_1 + V_2 + \dots + V_{\frac{t}{\Delta t}}) \\
 &= E(V_1) + E(V_2) + \dots + E(V_{\frac{t}{\Delta t}}) \\
 &= \mu \Delta t \cdot \frac{t}{\Delta t} \\
 &= \mu t
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Var(Z_t) &= Var(V_1 + V_2 + \dots + V_{\frac{t}{\Delta t}}) \\
 &= Var(V_1) + Var(V_2) + \dots + Var(V_{\frac{t}{\Delta t}}) \\
 &= \frac{t}{\Delta t} (\Delta t (\sigma^2 - \mu^2 \Delta t)) \\
 &= t (\sigma^2 - \mu^2 \Delta t) \\
 &= \sigma^2 t (1 - \frac{\mu^2}{\sigma^2} \Delta t)
 \end{aligned}$$

Untuk  $\Delta t \rightarrow 0$  *random walk* asimetri disebut dengan *brownian motion* dengan *drift*.



## 2.6 Proses Wiener (*Brownian Motion*)

Proses Wiener atau disebut juga *brownian motion* adalah salah satu cara standar untuk memodelkan suatu stokastik dari variabel tertentu dalam waktu kontinu. Perubahan harga *yield* yang terjadi berlangsung dengan cepat. Berdasarkan faktor tersebut dapat dikatakan bahwa perubahan tersebut mengikuti *Brownian motion*. *Brownian motion* merupakan proses stokastik dimana suatu perubahan terjadi dalam waktu yang cukup singkat. *Brownian motion* ( $Z_t, t_0$ ) adalah proses yang memenuhi tiga kondisi yaitu [8] :

1.  $Z_t$  adalah lintasan kontinu dimana  $Z_0 = 0$ .
2. Untuk  $s < t$ ,  $Z_t - Z_s$  berdistribusi normal dengan mean 0 dan variansi  $t - s$ .
3. Untuk  $s < t$  :  $Z_t$  hanya dipengaruhi oleh  $Z_s$ .

Berdasarkan penjelasan pada subbab *random walk*, untuk *random walk* simetri mempunyai *increment* independen. Terdapat  $V_1, V_2, \dots, V_n$ , dimana pemilihan bilangan bulat positif, maka terdapat variabel acak. Suatu nilai  $n$  yang tetap, sehingga didapat  $Z_t(n) - Z_s(n) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{nt} V_i$ ,  $0 < s < t$ , mempunyai distribusi yang hanya bergantung pada  $t - s$ .

Proses *Brownian motion* dengan lintasan sampel kontinu yang stasioner dan mempunyai *increament* identik, independen dan normal. Jik  $t_0 - 0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n$  maka variabel acak  $Z_t(i) - Z_t(i-1) \sim N(0, t_{(i)} - t_{(i-1)})$ . Nilai ekspektasi dan varians dari *Brownian motion* adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} E\left[\sum |Z_{tk} - Z_{tk-1}|^2 - (t_k - t_{k-1})\right] &= 0 \\ \sum E[|Z_{tk} - Z_{tk-1}|^2 - (t_k - t_{k-1})] &= 0 \\ E[|Z_{tk} - Z_{tk-1}|^2 - (t_k - t_{k-1})] &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Var[\sum |Z_{tk} - Z_{tk-1}|^2 - (t_k - t_{k-1})] &= 2(t_{k+1} - t_k)^2 \\
\sum Var[|Z_{tk} - Z_{tk-1}|^2 - (t_k - t_{k-1})] &= 2(t_{k+1} - t_k)^2 \\
Var[|Z_{tk} - Z_{tk-1}|^2 - (t_k - t_{k-1})] &\approx 0
\end{aligned}$$

dengan  $(t_{k+1} - t_k) \rightarrow 0$ , sehingga  $Var[|Z_{tk} - Z_{tk-1}|^2 - (t_k - t_{k-1})] \approx 0$ .

Dapat disimpulkan bahwa:

$$\begin{aligned}
|Z_{tk} - Z_{tk-1}|^2 - (t_k - t_{k-1}) &= 0 \\
|Z_{tk} - Z_{tk-1}|^2 &= (t_k - t_{k-1}) \\
(dZ)^2 &= dt \\
dZ &= \sqrt{dt}
\end{aligned} \tag{2.3}$$

## 2.7 Integral Ito

Pembahasan mengenai integral Ito diperlukan untuk mengetahui sifat dari integral Ito yang akan digunakan pada pembahasan nilai ekspektasi dan variansi persamaan diferensial Stokastik Vasicek.[8]

**Definisi 2.7.1.** *Integral Ito  $\int_0^T r(t)dW(t)$  dari proses sederhana didefinisikan sebagai*

$$\int_0^T r(t)dW(t) = \sum_{i=0}^{n-1} r_i [W(t_{i+1}) - W(t_i)].$$

*Adapun sifat-sifat dari integral Ito untuk proses sederhana adalah:*

### 1. Linier

*Jika  $r(t)$  dan  $Y(t)$  merupakan proses sederhana dan  $a, b$  adalah konstan maka*

$$\int_0^T (ar(t) + bY(t))dW(t) = a \int_0^T r(t)dW(t) + b \int_0^T Y(t)dW(t) \tag{2.4}$$

2. Ekspektasi dari integral Ito adalah nol, yaitu

$$E \left[ \int_0^T r(t) dW(t) \right] = 0 \quad (2.5)$$

3. Integral stokastik Ito memenuhi sifat isometris, yaitu

$$E \left[ \left( \int_0^T r(t) dW(t) \right)^2 \right] = \int_0^T E [r^2(t)] dt \quad (2.6)$$

## 2.8 Model Vasicek

Model Vasicek merupakan model suku bunga stokastik equilibrium satu faktor. Tingkat suku bunga model Vasicek disebut suku bunga sesaat. Model Vasicek dapat menggambarkan bunga yang fluktuatif, selain dapat memodelkan fluktuasi tingkat bunga, model Vasicek juga dapat memprediksi tingkat bunga di masa yang akan datang dengan melihat pergerakan tingkat bunga sebelumnya. Model Vasicek mengikuti proses Ornstein-Uhlenbeck. Proses Ornstein-Uhlenbeck merupakan proses stokastik yang digunakan untuk memodelkan data finansial yang bersifat mean reversion (bersifat kembali ke nilai rata-rata). Proses Ornstein-Uhlenbeck juga disebut dengan proses Wiener (gerak Brown). Model Vasicek secara umum dapat dirumuskan sebagai berikut [10] :

$$dr(t) = \eta(\theta - r(t))dt + \sigma dZ \quad (2.7)$$

dengan :

- $dr(t)$  : Perubahan *interest rate*.
- $\eta$  : Parameter *mean reversion*
- $\theta$  : Parameter drift.
- $\sigma$  : Parameter Volatilitas
- $Z$  : Proses standar *Wiener* atau *Brownian Motion*

## 2.9 Model Diebold-Li

Model Nelson Siegel (1987) menjelaskan mengenai penjelasan fungsi parameter dalam menentukan estimasi untuk *yield curve*. Sehingga estimasi model tersebut menjadi fleksibel serta dapat menjelaskan kurva dalam bentuk berbeda.

Kemudian menurut Diebold dan Li (2006) menginterpretasikan model Nelson Siegel menjadi Model Dinamik Nelson Siegel [5]. Sehingga didapat persamaan berikut

$$y_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t} \left( \frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right) + \beta_{3t} \left( \frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} - e^{-\lambda_t \tau} \right) \quad (2.8)$$

dengan :

- $y_t(\tau)$  : *yield* pada saat  $t$  dengan waktu jatuh tempo  $\tau$
- $\beta_{1t}, \beta_{2t}, \beta_{3t}$  Parameter faktor *long term, short term, medium term* pada waktu  $t$ .
- $\lambda$  : Parameter penentu laju penurunan eksponensial
- $\tau$  : waktu jatuh tempo dari *yield*

Berdasarkan persamaan (2.8), dapat diperoleh limit  $y_t(\tau)$  pada saat  $\tau$  sangat besar adalah  $\beta_{1t}$  atau dapat ditulis menjadi:

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} y_t(\tau) = \beta_{1t}$$

Nilai  $\beta_{1t}$  yang diperoleh pada saat waktu jatuh tempo yang sangat panjang, menunjukkan bahwa faktor pengali  $\beta_{1t}$  merupakan komponen *long-term*. Sedangkan nilai limit  $y_t(\tau)$  untuk  $\tau$  sangat kecil adalah  $\beta_{1t} + \beta_{2t}$  atau dapat ditulis

menjadi:

$$\begin{aligned}\lim_{\tau \rightarrow 0^+} y_t(\tau) &= \lim_{\tau \rightarrow 0^+} \left[ \beta_{1t} + \beta_{2t} \left( \frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right) + \beta_{3t} \left( \frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} - e^{-\lambda_t \tau} \right) \right] \\ &= \lim_{\tau \rightarrow 0^+} \left[ \beta_{1t} + (\beta_{2t} + \beta_{3t}) \left( \frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right) - \beta_{3t} e^{-\lambda_t \tau} \right]\end{aligned}$$

dengan menggunakan aturan L'Hopital dapat dihitung nilai  $\lim_{\tau \rightarrow 0^+} \left[ \frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right] = 1$ . Sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}\lim_{\tau \rightarrow 0^+} y_t(\tau) &= \beta_{1t} - \beta_{3t} + (\beta_{2t} + \beta_{3t}) \\ &= \beta_{1t} + \beta_{2t}\end{aligned}$$

Nilai  $\beta_{1t} + \beta_{2t}$  yang diperoleh pada waktu jatuh tempo singkat(pendek) dikenal sebagai *short rate*. Dengan menggunakan interpretasi faktor pengali pada persamaan (2.8) yaitu 1 sebagai *long term*,  $\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau}$  sebagai *short term*, dan  $\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} - e^{-\lambda_t \tau}$  sebagai *medium term*. Frankel dan Lown(1994) mendefinisikan *slope* atau *short rate* dari model Diebold-Li sebagai  $\lim_{\tau \rightarrow \infty} y_t(\tau) - \lim_{\tau \rightarrow 0^+} y_t(\tau)$  yang nilainya sama dengan  $-\beta_{2t}$ .

Misalkan pada waktu  $t$  terdapat  $n$  waktu jatuh tempo  $y_t(\tau_n)$ , untuk waktu jatuh tempo  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$  yang berbeda. Dengan menggunakan persamaan (2.8) dan  $\lambda_t$  diasumsikan konstan ( $\lambda_t = \lambda$ ) diperoleh persamaan (2.8) dalam bentuk matriks dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} y_t(\tau_1) \\ y_t(\tau_2) \\ \vdots \\ y_t(\tau_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1 - e^{-\lambda_t \tau_1}}{\lambda_t \tau_1} & \frac{1 - e^{-\lambda_t \tau_1}}{\lambda_t \tau_1} - e^{-\lambda_t \tau_1} \\ 1 & \frac{1 - e^{-\lambda_t \tau_2}}{\lambda_t \tau_2} & \frac{1 - e^{-\lambda_t \tau_2}}{\lambda_t \tau_2} - e^{-\lambda_t \tau_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \frac{1 - e^{-\lambda_t \tau_n}}{\lambda_t \tau_n} & \frac{1 - e^{-\lambda_t \tau_n}}{\lambda_t \tau_n} - e^{-\lambda_t \tau_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{1t} \\ \beta_{2t} \\ \beta_{3t} \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{ccc} \mathbf{y}_t & = & \mathbf{Z} \cdot \beta_t \\ (\text{nx1}) & & (\text{nx3}) \quad (\text{3x1}) \end{array} \quad (2.9)$$

Diasumsikan  $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{Z} \cdot \hat{\mathbf{b}} + \epsilon$  sebagai parameter taksiran dari  $\mathbf{y}_t = \mathbf{Z} \cdot \beta_t + \epsilon_t$ . Sehingga dalam bentuk matriks dapat dihitung estimasi parameter dengan dimisalkan  $\hat{b} = \beta_t$  sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{Z}\beta_t + \epsilon \\ \hat{\mathbf{y}} &= \mathbf{Z}\hat{\mathbf{b}} + \epsilon \end{aligned}$$

Sehingga dapat ditulis *least square* parameter ( $\hat{b}$ ) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} e &= \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} \\ e &= \mathbf{y} - \mathbf{Z}\hat{\mathbf{b}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S(\beta) = S(\hat{\mathbf{b}}) &= \sum_{t=1}^n (e_t)^2 \\ &= e^T e \\ &= (\mathbf{y} - \mathbf{Z}\hat{\mathbf{b}})^T (\mathbf{y} - \mathbf{Z}\hat{\mathbf{b}}) \\ &= \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \hat{\mathbf{b}}^T \mathbf{Z}^T \mathbf{y} - \mathbf{y}^T \mathbf{Z} \hat{\mathbf{b}} + \hat{\mathbf{b}}^T \mathbf{Z}^T \mathbf{Z} \hat{\mathbf{b}} \end{aligned} \quad (2.10)$$

$\hat{\mathbf{b}}^T \mathbf{Z}^T \mathbf{y}$  merupakan matriks berukuran 1x1 atau skalar, maka  $(\hat{\mathbf{b}}^T \mathbf{Z}^T \mathbf{y})^T = \mathbf{y}^T \mathbf{Z} \hat{\mathbf{b}}$ . Sehingga persamaan (2.10) dapat ditulis sebagai berikut:

$$S(\hat{\mathbf{b}}) = \mathbf{y}^T \mathbf{y} - 2\hat{\mathbf{b}}^T \mathbf{Z}^T \mathbf{y} + \hat{\mathbf{b}}^T \mathbf{Z}^T \mathbf{Z} \hat{\mathbf{b}}$$

Untuk taksiran *least square* dari  $\hat{\mathbf{b}}$  diperoleh dengan meminimumkan fungsi *least square*  $S(\hat{\mathbf{b}})$  terhadap  $\hat{\mathbf{b}}$  yang

memenuhi yaitu:

$$\begin{aligned}\frac{\partial S(\hat{\mathbf{b}})}{\partial \hat{\mathbf{b}}} &= \frac{\partial(\mathbf{y}^T \mathbf{y} - 2\hat{\mathbf{b}}^T \mathbf{Z}^T \mathbf{y} + \hat{\mathbf{b}}^T \mathbf{Z}^T \mathbf{Z} \hat{\mathbf{b}})}{\partial \hat{\mathbf{b}}} = 0 \\ &= -2\mathbf{Z}^T \mathbf{y} + 2\mathbf{Z}^T \mathbf{Z} \hat{\mathbf{b}} = 0\end{aligned}\quad (2.11)$$

Kemudian persamaan (2.10) diubah menjadi persamaan (2.11) sebagai berikut:

$$(\mathbf{Z}^T \mathbf{Z}) \hat{\mathbf{b}} = \mathbf{Z}^T \mathbf{y} \quad (2.12)$$

Jika determinan matriks  $\mathbf{Z}^T \mathbf{Z} \neq 0$ , maka invers  $\mathbf{Z}^T \mathbf{Z}$  ada. Sehingga parameter persamaan (2.12) menjadi sebagai berikut:

$$\begin{aligned}(\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1}(\mathbf{Z}^T \mathbf{Z}) \hat{\mathbf{b}} &= (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{y} \\ I \hat{\mathbf{b}} &= (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{y} \\ \hat{\mathbf{b}} &= (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{y}\end{aligned}$$

Selanjutnya, karena  $\hat{\mathbf{b}} = \beta_t$  didapatkan metode *least square* untuk parameter  $\hat{\beta}_t$  sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_t = (\mathbf{Z}^T \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{y}_t(\tau_n) \quad (2.13)$$

$\hat{\beta}_t = [\hat{\beta}_{1t}, \hat{\beta}_{2t}, \hat{\beta}_{3t}]$  merupakan hasil estimasi parameter  $\beta_t = [\beta_{1t}, \beta_{2t}, \beta_{3t}]$  pada waktu  $t$ . Untuk  $t = 1, 2, \dots, n$ , maka akan diperoleh  $[\beta_{1t}, \beta_{2t}, \beta_{3t}]_{t=1}^n$

## 2.10 Return Yield Obligasi

*Return* didefinisikan sebagai keuntungan atau kerugian pada investasi dalam periode waktu tertentu. Pergerakan *yield* obligasi bersifat fluktuatif (mengalami penurunan dan kenaikan) yang signifikan. Sehingga, perlu diketahui *return* dari *yield* obligasi.

Untuk menghitung *return* dari *yield* obligasi. Digunakan

rumus sebagai berikut [12]:

$$R_t = \left( \frac{r(t+1) - r(t)}{r(t)} \right) \quad (2.14)$$

dengan :

$R_t$  : *return* yield obligasi

$r(t+1)$  : yield pada ke  $t+1$

$r(t)$  : yield ke  $t$

### 2.11 Estimasi *Ordinary Least Square* (OLS)

Metode Ordinary Least Square adalah metode estimasi parameter dari analisis regresi yang sering digunakan didalam ilmu statistika. Dengan meminimalkan jumlahan kuadrat dari error [11]. Misalkan diberikan suatu model :

$$r_t = \gamma_0 + \gamma_1 r_{t-1} + \epsilon_t, t = 1, 2, \dots, n \quad (2.15)$$

dengan :

$\gamma_0$  : Koefisien regresi

$\gamma_1$  : Koefisien regresi

$\epsilon_t$  : Nilai error

$r_t$  : Variabel dependent

$r_{t-1}$  : Variabel independent

Diasumsikan nilai ekspektasi dari  $\epsilon_t$  adalah nol.  $E[\epsilon_t] = 0$ . Sedangkan Estimator *ordinary least square* dari koefisien  $\gamma$  pada persamaan tersebut adalah

$$\hat{\gamma}_1 = \frac{\sum_{t=2}^n Y_{t-1} Y_t}{\sum_{t=2}^n Y_{t-1}^2}$$

### 2.12 MAPE

*Mean Absoute Percentage Error*(MAPE) adalah ukuran standar yang sering digunakan dalam ukuran kesesuaian sebuah metode peramalan atau prediksi. MAPE digunakan



untuk melihat seberapa jauh (dalam %) hasil prediksi parameter *short rate*  $\beta_2$  model Diebold-Li menyimpang dari data sebenarnya. Jika nilai MAPE yang dihasilkan dari sebuah metode peramalan semakin kecil, maka metode peramalan tersebut semakin baik. Rumus dari MAPE didefinisikan sebagai berikut [13]:

$$MAPE = \frac{\sum_{k=1}^N \left| \left( \frac{r_t - P_t}{r_t} \right) \times 100 \right|}{N}, \quad (2.16)$$

dengan:

$r_t$  : Nilai parameter *short rate*  $\beta_2$  aktual pada waktu  $t$

$F_t$  : Prediksi nilai parameter *short rate*  $\beta_2$  pada waktu  $t$

$N$  : jumlah data prediksi nilai parameter *short rate*  $\beta_2$ .

Persentase MAPE dan tingkat akurasi peramalan dapat dilihat pada Tabel 2.1. [13]:

Tabel 2.1: Persentase MAPE dan Tingkat Akurasi Peramalan

Persentase MAPE	Tingkat Akurasi Peramalan
< 10%	Akurasi peramalan tinggi
10% – 20%	Akurasi peramalan baik
21% – 50%	Akurasi peramalan biasa
> 50%	Peramalan tidak akurat

### 2.13 Selang Kepercayaan

Berdasarkan sebaran penarikan contoh bagi  $\mu$ , dengan suatu sebaran normal, atau bila  $n$  cukup besar, maka dapat diperoleh selang kepercayaan bagi  $\mu$  menggunakan sebaran penarikan contoh bagi  $\bar{X}$  adalah normal dengan nilai tengah  $\mu_{\bar{x}} = \mu$  dan simpangan baku  $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ , dengan melambangkan  $z_{\alpha/2}$  bagi nilai  $Z$  yang luas daerah di sebelah kanan di bawah kurva normalnya adalah  $\alpha/2$ , maka dapat dituliskan [14]:

$$P(-z_{\alpha/2} < Z < z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha,$$

dimana  $1 - \alpha$  disebut koefisien kepercayaan atau tingkat kepercayaan dan  $\alpha$  disebut ambang batas maksimal dimungkinkannya melakukan kesalahan dalam pengambilan keputusan, dalam hal ini  $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ , dengan demikian [14]:

$$P(-z_{\alpha/2} < \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < z_{\alpha/2}) = 1 - \alpha,$$

maka diperoleh:

$$P(\bar{X} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha.$$

Selang kepercayaan bagi  $\mu$  dengan  $\sigma$  diketahui, bila  $\bar{x}$  adalah nilai tengah contoh acak berukuran  $n$  yang diambil dari suatu populasi dengan ragam  $\sigma^2$  diketahui, maka selang kepercayaan  $(1 - \alpha)100\%$  bagi  $\mu$  adalah sebagai berikut [14]:

$$\bar{X} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2.17)$$

dimana  $\bar{X} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  adalah batas kepercayaan bawah dan  $\bar{X} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  adalah batas kepercayaan atas.

### BAB III

## METODE PENELITIAN

Pada bab ini dijelaskan mengenai langkah-langkah yang digunakan dalam penyelesaian masalah pada Tugas Akhir. Selain itu, dijelaskan juga prosedur dan proses pelaksanaan tiap-tiap langkah yang dilakukan dalam menyelesaikan Tugas Akhir yaitu sebagai berikut :

#### 1. Studi Literatur

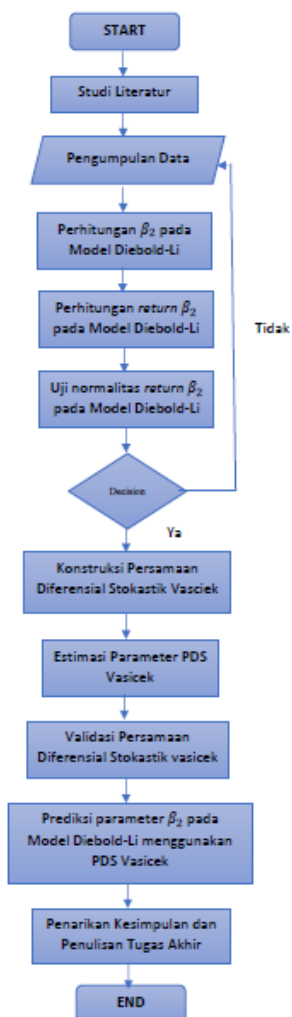
Pada tahap ini dilakukan identifikasi permasalahan dengan mencari referensi seperti referensi pada buku, jurnal atau yang lainnya yang dapat menunjang penelitian. Identifikasi permasalahan yang akan dibahas yaitu mempelajari lebih dalam mengenai literatur-literatur yang berkaitan dengan Uji Normalitas, Proses Stokastik, *Random walk*, *Brownian motion*, *return yield* obligasi, Persamaan Diferensial Stokastik Vasicek, Model Diebold-Li, Estimasi Paramater *Ordinary Least Square* (OLS), (MAPE), dan selang kepercayaan.

#### 2. Tahap Pengumpulan Data

Pada tahap ini dilakukan pengumpulan data *yield* obligasi yang diperoleh dari Kementerian Keuangan RI. Data *yield* obligasi yang digunakan adalah data bulanan harga *yield* obligasi (SBN) periode Januari 2010 sampai dengan Maret 2018. Tabel data *yield* obligasi dapat dilihat di Lampiran A. Kemudian dilakukan pengolahan data menggunakan implementasi model Diebold-Li sehingga didapat nilai  $\beta_2$  yang dapat dilihat di Lampiran B. Data nilai  $\beta_2$  dibagi menjadi 2 bagian yaitu 93 data *in-sample* dan

6 data *out-sample*. Kemudian dilakukan uji normalitas terhadap *return* dari  $\beta_2$  model Diebold-Li menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*.

3. Menkonstruksi Persamaan Diferensial Stokastik Vasicek.  
Pada tahap ini dilakukan konstruksi berupa penurunan dari persamaan diferensial stokastik Vasicek sehingga bisa diperoleh persamaan diferensial stokastik Vasicek berupa  $F_t$ .
4. Estimasi Parameter pada Model Vasicek  
Pada tahap ini di cari nilai-nilai dari parameter yang dimiliki oleh persamaan diferensial stokastik Vasicek yaitu  $\eta$ ,  $\theta$ , dan  $\sigma$  menggunakan metode estimasi *Ordinary Least Square* dari data  $\beta_2$  model Diebold-Li.
5. Validasi pemodelan parameter *Short Rate*  $\beta_2$  pada model Diebold-Li  
Pada tahap ini dilakukan pembentukan model sekaligus validasi *short rate* ( $\beta_2$ ) model Diebold-Li menggunakan software MATLAB. Setelah didapatkan estimasi parameter dari  $\eta$ ,  $\theta$ , dan  $\sigma$  maka akan dimasukkan kedalam persamaan  $F_t$  yang sudah diperoleh pada pembahasan sebelumnya. Sehingga, didapatkan pemodelan parameter *short rate* ( $\beta_2$ ) model Diebold-Li. Selanjutnya dari pemodelan didapatkan prediksi nilai parameter *short rate* ( $\beta_2$ ) pada model Diebold-Li dibuat selang kepercayaan untuk mengetahui apakah data prediksi *short rate* ( $\beta_2$ ) pada model Diebold-Li berada pada selang kepercayaan yang sudah ditentukan.
6. Penarikan Kesimpulan dan Pemberian Saran  
Pada tahap ini, dilakukan penarikan kesimpulan berdasarkan hasil akhir yang telah didapatkan serta pemberian saran untuk perbaikan dan pengembangan penelitian selanjutnya.



Gambar 3.1: Diagram Alir Metodologi Penelitian

## 7. Penyusunan Laporan Tugas Akhir

Pada tahap ini dilakukan penyusunan laporan berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan mengenai pemodelan parameter *short rate* ( $\beta_2$ ) pada model Diebold-Li dengan menggunakan persamaan diferensial stokastik Vasicek.

Diagram alir pengerjaan tugas akhir ini ditunjukkan pada Gambar (3.1).

## BAB IV

### ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dibahas secara detail meliputi implementasi data *yield* pada model Diebold-Li, perhitungan *return*  $\beta_2$  *yield*, uji normalitas *return*  $\beta_2$ , konstruksi persamaan diferensial stokastik Vasicek, estimasi parameter dari Persamaan Diferensial Stokastik Vasicek menggunakan *Ordinary Least Square*, dan simulasi prediksi  $\beta_2$  dari pemodelan parameter *short rate*  $\beta_2$  pada model Diebold-Li menggunakan persamaan diferensial stokastik Vasicek.

#### 4.1 Implementasi Data *yield* Obligasi SBN pada Model Diebold-Li

Pada tahap ini dilakukan pengolahan data *yield* obligasi dalam mendapatkan nilai parameter  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ , dan  $\beta_3$  pada model Diebold-Li, data yang digunakan merupakan data *yield* Obligasi jenis SBN pada periode Januari 2010 sampai Maret 2018. Data tersebut terdiri dari 13 tenor (waktu jatuh tempo) yang berbeda. Selanjutnya data *yield* akan dibagi menjadi dua bagian. Pertama adalah data simulasi (*in sample*) yang akan digunakan untuk melakukan taksiran parameter model Diebold-Li sebanyak 93 data. Dan bagian kedua adalah data (*out sample*) yang digunakan untuk validasi model sebanyak 6 data. Data *yield* dapat dilihat di Lampiran A.

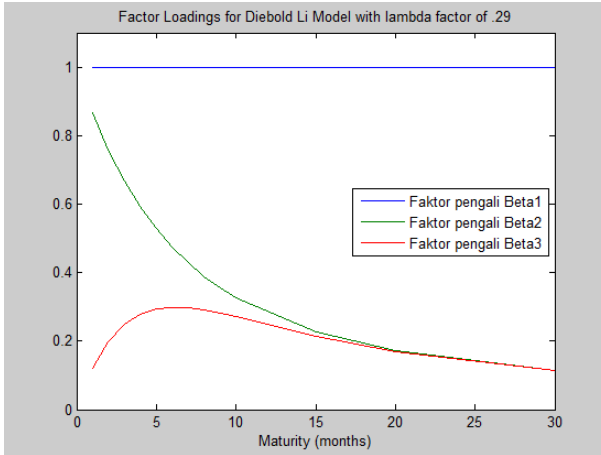
Berdasarkan model Diebold-Li pada persamaan (2.8) yang memiliki parameter berbeda. Untuk parameter  $\lambda_t$  sebagai parameter penentu laju eksponensial *decay rate* kurva *yield*, serta parameter  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ , dan  $\beta_3$  sebagai parameter *long*, *short*, *medium term* atau *level*, *slope*, dan *curvature*.

Misalkan pada waktu  $t$  terdapat  $n$  waktu jatuh tempo  $y_t(\tau_i)$ , untuk waktu jatuh tempo  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$  yang berbeda. Dengan menggunakan persamaan (2.8) dan  $\lambda_t$  diasumsikan konstan ( $\lambda_t = \lambda$ ) diperoleh penyelesaian persamaan (2.8) dalam bentuk matriks dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} y_t(\tau_1) \\ y_t(\tau_2) \\ \vdots \\ y_t(\tau_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1-e^{-\lambda_t \tau_1}}{\lambda_t \tau_1} & \frac{1-e^{-\lambda_t \tau_1}}{\lambda_t \tau_1} - e^{-\lambda_t \tau_1} \\ 1 & \frac{1-e^{-\lambda_t \tau_2}}{\lambda_t \tau_2} & \frac{1-e^{-\lambda_t \tau_2}}{\lambda_t \tau_2} - e^{-\lambda_t \tau_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \frac{1-e^{-\lambda_t \tau_n}}{\lambda_t \tau_n} & \frac{1-e^{-\lambda_t \tau_n}}{\lambda_t \tau_n} - e^{-\lambda_t \tau_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{1t} \\ \beta_{2t} \\ \beta_{3t} \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} \mathbf{y}_t & = & \mathbf{Z} & \cdot & \boldsymbol{\beta}_t \\ (\text{nx1}) & & (\text{nx3}) & & (3 \times 1) \end{matrix}$$

Dalam menginterpretasikan parameter pada model Diebold-Li pada Tugas Akhir ini, nilai  $\lambda_t$  telah ditetapkan konstan sebesar 0.29. Sehingga dideroleh grafik Matriks  $Z$  sebagai berikut: Didapatkan Matriks  $Z$  dengan  $\lambda = 0.29$



Gambar 4.1: Grafik Faktor pengali model Diebold-Li



sebagai berikut:

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & 0.868056664 & 0.119793096 \\ 1 & 0.75879592 & 0.1988976 \\ 1 & 0.667871782 & 0.248920233 \\ 1 & 0.591822258 & 0.278336077 \\ 1 & 0.52788256 & 0.293312272 \\ 1 & 0.47383885 & 0.29831845 \\ 1 & 0.427913536 & 0.296578015 \\ 1 & 0.388675179 & 0.290401593 \\ 1 & 0.354967608 & 0.281433064 \\ 1 & 0.325854062 & 0.270830842 \\ 1 & 0.226917974 & 0.214011162 \\ 1 & 0.171891801 & 0.168864246 \\ 1 & 0.114923381 & 0.114756795 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan Gambar 4.1 didapatkan bahwa Grafik berwarna biru menunjukkan faktor pengali dari  $\beta_{1t}$ , faktor ini konstan dan tidak menuju nol untuk sebarang waktu jatuh tempo  $\tau$ . Ketika nilai  $\tau$  semakin besar,  $\beta_{1t}$  memiliki peranan yang semakin penting dalam pembentukan kurva *yield*. Hal ini dikarenakan nilai faktor pengali dari  $\beta_{2t}$  dan  $\beta_{3t}$  akan semakin kecil. Sehingga faktor pengali dari  $\beta_{1t}$  disebut sebagai komponen *long-term*. Grafik berwarna hijau menunjukkan faktor pengali  $\beta_{2t}$ . Pada ketiga gambar tersebut, menunjukkan grafik faktor pengali  $\beta_{2t}$  merupakan grafik yang memiliki hubungan kebalikan dengan waktu jatuh tempo  $\tau$ . Pada saat  $\tau$  kecil, faktor pengali  $\beta_{2t}$  akan lebih memberi pengaruh pada nilai  $y_t(\tau)$  dibandingkan pada saat  $\tau$  besar. Sehingga faktor pengali dari  $\beta_{2t}$  disebut komponen *short-term*. Grafik berwarna merah menunjukkan faktor pengali  $\beta_{3t}$ . Gambar 4.1 menunjukkan grafik faktor pengali  $\beta_{3t}$  merupakan grafik yang memiliki nilai 0 pada saat  $\tau \rightarrow 0$ , kemudian meningkat dan akan kembali menuju nol pada

waktu jatuh tempo tertentu. Peningkatan  $\beta_{3t}$  tidak akan memberikan pengaruh besar pada *yield to maturity* dengan waktu jatuh tempo pendek dan panjang, namun memberikan pengaruh yang cukup besar pada *medium-term*. Sehingga faktor pengali dari  $\beta_{3t}$  disebut sebagai komponen *medium-term*.

Berdasarkan data pada matriks  $Z$  yang sudah didapat, kemudian dicari invers Matriks  $Z$  tersebut. Jika invers matriks  $(Z^T Z)$  ada, maka nilai parameter  $\beta_{1t}$ ,  $\beta_{2t}$ , dan  $\beta_{3t}$  dapat dicari dengan menggunakan persamaan (2.13). Kemudian didapat nilai dari parameter  $\beta_{1t}$ ,  $\beta_{2t}$ , dan  $\beta_{3t}$  dari setiap  $t$  yang ditunjukkan pada Lampiran B.

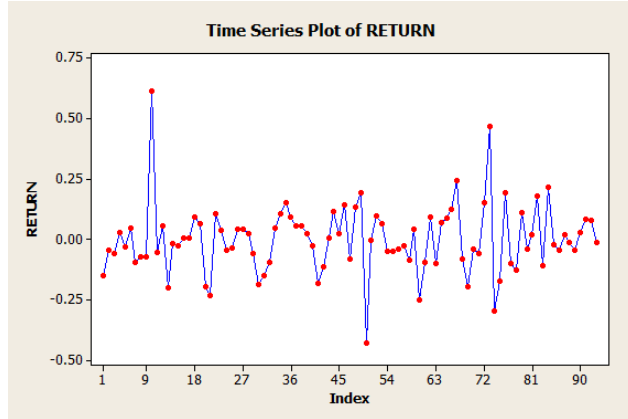
#### 4.2 Perhitungan *Return* nilai $\beta_2$ pada model Diebold-Li

Pada tahap ini dilakukan perhitungan *return* data  $\beta_2$  model Diebold-Li *yield* obligasi dari tenor 1 sampai dengan tenor 30 pada bulan Januari 2010 sampai dengan September 2017 yang berjumlah 93 data. Untuk data  $\beta_2$  model Diebold-Li dapat dilihat pada Lampiran B. Berdasarkan persamaan (2.14), dapat dihitung *return yield* obligasi sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 R_t &= \left( \frac{r(t+1) - r(t)}{r(t)} \right) \\
 R_1 &= \left( \frac{-4.712826 - (-5.540541)}{-5.540541} \right) = -0.149378 \\
 R_2 &= \left( \frac{-4.499448 - (-4.712826)}{-4.712826} \right) = -0.045275 \\
 &\vdots \\
 R_{92} &= \left( \frac{-2.638235 - (-2.712150)}{-2.712150} \right) = -0.027253
 \end{aligned}$$

Terlihat pada Gambar 4.2 bahwa *return* data  $\beta_2$  pada model Diebold-Li *yield* obligasi bergerak secara acak.

Pergerakan tersebut mengindikasikan bahwa *return yield*  $\beta_2$  pada model Diebold-Li mengikuti gerak acak dari Proses *Wiener*. Untuk perhitungan *return* data  $\beta_2$  pada model Diebold-Li *yield* obligasi yang lain bisa dilihat pada Lampiran C.



Gambar 4.2: Plot data *Return*  $\beta_2$  model Diebold-Li

### 4.3 Uji Normalitas

Pada tahap ini dilakukan pengujian terhadap *return*  $\beta_2$  *yield* obligasi periode Januari 2010 sampai dengan September 2017. Uji normalitas dilakukan untuk mengetahui apakah *return* data  $\beta_2$  pada model Diebold-Li berdistribusi normal atau tidak, sehingga setelah mengetahui *return* data  $\beta_2$  pada model Diebold-Li *yield* obligasi berdistribusi normal, maka bisa dilanjutkan ke tahap selanjutnya.

Setelah didapatkan nilai *return* perubahan data  $\beta_2$  pada model Diebold-Li pada subbab sebelumnya, kemudian dilakukan uji normalitas pada *return* data  $\beta_2$  Model Diebold-Li *yield* obligasi menggunakan persamaan (2.1) yang merupakan uji *Kolmogorov-Smirnov* dengan langkah-langkah

sebagai berikut:

Hipotesa:

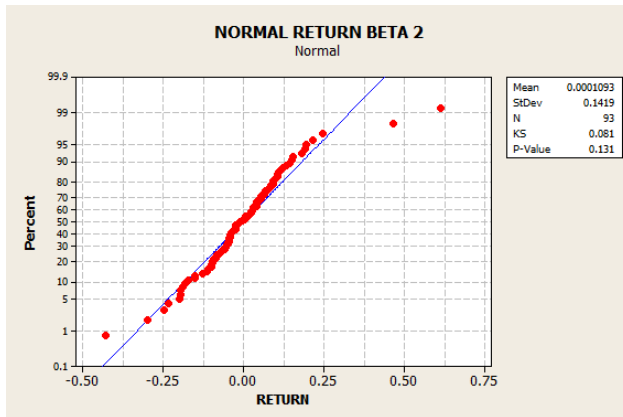
- $H_0$  :  $F(x) = F_0(X)$  untuk semua data *return*  $\beta_2$  *yield* obligasi berdistribusi normal
- $H_1$  :  $F(x) \neq F_0(X)$  untuk semua data *return*  $\beta_2$  *yield* obligasi tidak berdistribusi normal

Statistik uji:

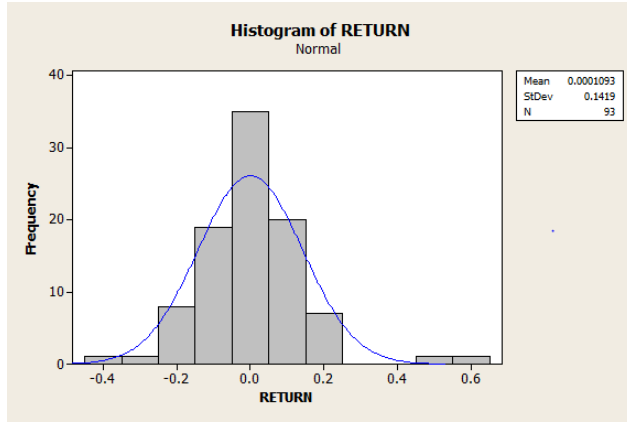
$$\begin{aligned} D_{hitung} &= \max|F_0(X) - S_N(X)|, 1 \leq X \leq 93 \\ &= 0.081465217 \\ D_{0.05;93} &= 0.14103 \end{aligned}$$

Kriteria pengujian:

Nilai dari  $D_{\alpha,n}$  dapat dilihat pada Lampiran D. Karena  $D_{hitung} < D_{0.05;93}$  dengan nilai  $\alpha = 5\%$  ( $\alpha =$  taraf signifikansi), maka  $H_0$  diterima, dengan kata lain data sampel *return*  $\beta_2$  model Diebold-Li berdistribusi normal.



Gambar 4.3: Uji Normalitas Return data  $\beta_2$  pada Model Diebold-Li



Gambar 4.4: Histogram Return data  $\beta_2$  pada Model Diebold-Li

Selanjutnya, dapat dilihat pada Gambar 4.3 yang menunjukkan nilai KS sama dengan nilai  $D_{hitung}$ . Serta, Gambar 4.4 terlihat dari plot dan histogram *return* data  $\beta_2$  pada model Diebold-Li bergerak mengikuti distribusi normal. Untuk perhitungan manual uji normalitas terdapat pada Lampiran E.

#### 4.4 Penyelesaian Persamaan Diferensial Stokastik Vasicek

Subbab 4.4 akan membahas mengenai penyelesaian dari persamaan diferensial stokastik Vasicek pada persamaan (2.7). Misalkan didefinisikan fungsi :

$$Y(t) = f(t, r(t)) = e^{\eta t} r(t) \quad (4.1)$$

Karena  $r(t)$  merupakan proses stokastik maka fungsi  $f(t, r(t))$  yang mengandung  $r(t)$  juga merupakan proses stokastik.  $Y(t)$  dapat diturunkan terhadap  $dt$  dan dengan menggunakan aturan perkalian fungsi. Sehingga dapat ditulis

sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 dY(t) &= d(e^{\eta t} r(t)) dt \\
 &= \eta e^{\eta t} r(t) dt + e^{\eta t} dr(t) \\
 &= \eta e^{\eta t} r(t) dt + e^{\eta t} (\eta(\theta - r(t)) dt + \sigma dZ) \\
 &= \eta e^{\eta t} r(t) dt + \eta \theta e^{\eta t} dt + \sigma e^{\eta t} dZ - \eta e^{\eta t} r(t) dt \\
 d(e^{\eta t} r(t)) &= \eta \theta e^{\eta t} dt + \sigma e^{\eta t} dZ \tag{4.2}
 \end{aligned}$$

Persamaan (4.2), kemudian diintegralkan dari  $u$  sampai  $t$ ,  $u \leq t$ . Sehingga diperoleh bentuk integral sebagai berikut :

$$\int_u^t d(e^{\eta t} r(t)) = \int_u^t \eta \theta e^{\eta t} dt + \int_u^t \sigma e^{\eta t} dZ \tag{4.3}$$

dengan menggunakan peubah *dummy* untuk mempermudah proses pengintegralan, maka persamaan (4.3) dapat ditulis menjadi

$$\begin{aligned}
 \int_u^t dY(s) &= \int_u^t (\eta \theta e^{\eta s} ds + \sigma e^{\eta s} dZ) \\
 \int_u^t dY(s) &= \int_u^t \eta \theta e^{\eta s} ds + \int_u^t \sigma e^{\eta s} dZ_s \\
 Y(t) - Y(u) &= \int_u^t \eta \theta e^{\eta s} ds + \int_u^t \eta e^{\eta s} dZ_s \\
 Y(t) &= Y(u) + \int_u^t \eta \theta e^{\eta s} ds + \int_u^t \sigma e^{\eta s} dZ_s \tag{4.4}
 \end{aligned}$$

Kemudian kedua ruas pada persamaan (4.4) dikalikan dengan  $e^{-\eta t}$ . Karena  $Y(t) = r(t)e^{\eta t}$  maka  $r(t) = Y(t)e^{-\eta t}$ .

Sehingga persamaan (4.4) menjadi

$$\begin{aligned}
Y(t)e^{-\eta t} &= Y(u)e^{-\eta t} + e^{-\eta t} \int_u^t \eta \theta e^{\eta s} ds + \\
&\quad e^{-\eta t} \int_u^t \sigma e^{\eta s} dZ_s \\
r(t) &= r(u)e^{\eta u} e^{-\eta t} + e^{-\eta t} \int_u^t \eta \theta e^{\eta s} ds + \\
&\quad e^{-\eta t} \int_u^t \sigma e^{\eta s} dZ_s \\
&= r(u)e^{-\eta(t-u)} + \eta \theta e^{-\eta t} \int_u^t e^{\eta s} ds + \\
&\quad e^{-\eta t} \int_u^t \sigma e^{\eta s} dZ_s \\
&= r(u)e^{-\eta(t-u)} + \eta \theta e^{-\eta t} \left[ \frac{1}{\eta} e^{\eta s} \right]_u^t + \\
&\quad e^{-\eta t} \int_u^t \sigma e^{\eta s} dZ_s \\
&= r(u)e^{-\eta(t-u)} + \frac{\eta \theta}{\eta} e^{-\eta t} \left[ e^{\eta(t-u)} \right] + \\
&\quad e^{-\eta t} \int_u^t \sigma e^{\eta s} dZ_s \\
&= r(u)e^{-\eta(t-u)} + \theta(1 - e^{-\eta(t-u)}) + \\
&\quad e^{-\eta t} \int_u^t \sigma e^{\eta s} dZ_s \\
r(t) &= r(u)e^{-\eta(t-u)} + \theta(1 - e^{-\eta(t-u)}) + \\
&\quad \int_u^t e^{-\eta(t-s)} \sigma dZ_s
\end{aligned} \tag{4.5}$$

Persamaan (4.5) adalah penyelesaian dari Persamaan (4.4). Didapatkan penyelesaian untuk  $r(t)$  dalam bentuk nilai satu *step* dari  $r(u)$ . Dengan diberikan  $\Delta t = t - u$ . Misal  $r(t) = r_t$  dan  $r(u) = r_{t-1}$ , maka persamaan (4.5) dapat ditulis sebagai berikut:

$$r_t = r_{t-1}e^{-\eta\Delta t} + \theta(1 - e^{-\eta\Delta t}) + \int_u^t e^{-\eta(t-s)}\sigma dZ_s \quad (4.6)$$

Setelah mendapatkan penyelesaian dari persamaan diferensial stokastik Vasicek, selanjutnya dapat dicari rata-rata dan variansi. Dengan menghitung rata-rata (*mean*) bisa dibuktikan sifat *mean reversion* dari persamaan diferensial stokastik Vasicek. Rata-rata tersebut dapat dicari dengan menghitung nilai ekspektasinya.

$$\begin{aligned} E(r_t) &= E\left(r_{t-1}e^{-\eta\Delta t} + \theta(1 - e^{-\eta\Delta t}) + \int_u^t e^{-(t-s)\eta}\sigma dZ_s\right) \\ E(r_t) &= E\left(r_{t-1}e^{-\eta\Delta t} + \theta(1 - e^{-\eta\Delta t})\right) \\ &\quad + E\left(\int_u^t e^{-(t-s)\eta}\sigma dZ_s\right) \end{aligned}$$

Berdasarkan sifat Integral Ito pada persamaan (2.4), sehingga nilai ekspektasi dari integral Ito adalah 0 maka diperoleh nilai ekspektasi dari  $r_t$  yaitu

$$E(r_t) = r_{t-1}e^{-\eta\Delta t} + \theta(1 - e^{-\eta\Delta t}) \quad (4.7)$$

Dengan menggunakan persamaan (4.7) yang merupakan rata-rata dari Persamaan Diferensial Stokastik Vasicek. Sehingga dapat didefinisikan sebagai berikut :

$$\mu_t = E(r_t) = r_{t-1}e^{-\eta\Delta t} + \theta(1 - e^{-\eta\Delta t}) \quad (4.8)$$

Berdasarkan persamaan (4.8), maka persamaan (4.6) dapat dituliskan sebagai berikut:

$$r_t = \mu_t + \sigma e^{-\eta t} \int_u^t e^{\eta s} dZ_s \quad (4.9)$$



kemudian dimisalkan jika  $s \neq v$ , maka  $E[dZ_s dZ_v] = 0$ . Jika  $s = v$ , maka  $E[dZ_s dZ_v] = E[dZ_s^2] = ds$ . Dengan menggunakan persamaan (4.9) dan ekspektasi integral Ito pada persamaan (2.5), sehingga didapatkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
E[r_t^2] &= E\left[\left(\mu_t + \sigma e^{-\eta t} \int_u^t e^{\eta s} dZ_s\right)^2\right] \\
&= E\left[\mu_t^2 + 2\mu_t \sigma e^{-\eta t} \int_u^t e^{\eta s} dZ_s\right] \\
&\quad + E\left[\sigma^2 e^{-2\eta t} \int_u^t \int_u^t e^{\eta s} e^{\eta v} dZ_s dZ_v\right] \\
&= \mu_t^2 + 2\mu_t \sigma e^{-\eta t} \int_u^t e^{\eta s} E[dZ_s] + \\
&\quad \sigma^2 e^{-2\eta t} \int_u^t \int_u^t e^{\eta s} e^{\eta v} E[dZ_s dZ_v | s \neq v] + \\
&\quad \sigma^2 e^{-2\eta t} \int_u^t \int_u^t e^{\eta s} e^{\eta v} E[dZ_s dZ_v | s = v] \\
&= \mu_t^2 + 2\mu_t \sigma e^{-\eta t} \int_u^t e^{\eta s} E[dZ_s] + \\
&\quad \sigma^2 e^{-2\eta t} \int_u^t \int_u^t e^{\eta s} e^{\eta v} E[dZ_s dZ_v | s \neq v] + \\
&\quad \sigma^2 e^{-2\eta t} \int_u^t e^{2\eta s} E[dZ_s^2] \\
&= \mu_t^2 + \sigma^2 e^{-2\eta t} \int_u^t e^{2\eta s} ds \\
&= \mu_t^2 + \sigma^2 e^{-2\eta t} \left[\frac{1}{2\eta} e^{2\eta s}\right]_u^t \\
&= \mu_t^2 + \sigma^2 e^{-2\eta t} \frac{1}{2\eta} (e^{2\eta t} - e^{2\eta u}) \\
&= \mu_t^2 + \frac{\sigma^2}{2\eta} (1 - e^{-2\eta(t-u)}) \tag{4.10}
\end{aligned}$$

Selanjutnya itu dihitung variansi dengan menggunakan persamaan (4.8) dan (4.10) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \text{Var}(r_t) &= E[r_t^2] - E[r_t]^2 \\
 &= \mu_t^2 + \frac{\sigma^2}{2\eta}(1 - e^{-2\eta(t-u)}) - \mu_t^2 \\
 &= \frac{\sigma^2}{2\eta}(1 - e^{-2\eta(t-u)})
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

#### 4.5 Estimasi Nilai Parameter Persamaan Diferensial Stokastik Vasicek

Pada Tugas Akhir ini metode OLS (*Ordinary Least Square*) digunakan untuk mengestimasi parameter  $\eta, \theta$  dan  $\sigma$  pada persamaan diferensial stokastik. Ada dua langkah yang digunakan untuk estimasi pada model ini, yaitu dengan *mean function* untuk mengestimasi  $\eta$  dan  $\theta$ , serta dengan *variance function* untuk mengestimasi  $\sigma$ .

Pada subbab (4.4) didapatkan penyelesaian dari Persamaan Diferensial Stokastik Vasicek berupa  $r_t$  pada persamaan (4.6) sebagai berikut

$$r_t = r_{t-1}e^{-\eta\Delta t} + \theta(1 - e^{-\eta\Delta t}) + \int_u^t e^{-\eta(t-s)}\sigma dZ_s$$

Berdasarkan persamaan  $r_t$  pada persamaan (4.6), maka Persamaan Diferensial Stokastik Vasicek untuk waktu diskrit diasumsikan mengikuti proses *Autoregressive Order 1* dapat ditulis sebagai berikut:

$$r_t = \gamma_0 + \gamma_1 r_{t-1} + \epsilon_t \tag{4.12}$$

dengan

$$\epsilon_t = \int_u^t e^{-(t-s)\eta}\sigma dZ_s$$

$\epsilon_t$  adalah *martingale increment* yang berdistribusi normal identik dan independent (*i.i.d.n*) atau  $\epsilon_t \sim IIDN(0, \sigma^2)$ . Sehingga  $E[\epsilon_t] = 0$

Estimasi parameter dari  $\hat{\eta}$  dan  $\hat{\theta}$  dapat diperoleh dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat error yaitu

$$SSE = \sum_{t=1}^n (\epsilon_t)^2, \quad (4.13)$$

menggunakan turunan pertama dari  $SSE$  terhadap  $\gamma_0$  dan  $\gamma_1$  sehingga dapat diperoleh  $\hat{\eta}$  dan  $\hat{\theta}$ . Berikut penjabaran turunan pertama  $SSE$  terhadap  $\gamma_0$  dan  $\gamma_1$ .

1. Untuk  $\hat{\gamma}_0$

$$\begin{aligned} SSE &= \sum_{t=1}^n (\epsilon_t)^2, \\ SSE &= \sum_{t=1}^n (r_t - (\gamma_0 + \gamma_1 r_{t-1}))^2 \\ SSE &= \sum_{t=1}^n (r_t - \gamma_0 - \gamma_1 r_{t-1})^2 \end{aligned}$$

Solusi  $\gamma_0$  yang meminimumkan jumlah kuadrat error  $SSE$  diperoleh dengan menggunakan turunan pertama fungsi  $SSE$  terhadap  $\gamma_0$ , yaitu dengan menyelesaikan persamaan  $\frac{\partial(SSE)}{\partial \gamma_0} = 0$ , sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sum_{t=1}^n (r_t - \gamma_0 - \gamma_1 r_{t-1})^2}{\partial \gamma_0} &= 0 \\ -2 \sum_{t=1}^n (r_t - \gamma_0 - \gamma_1 r_{t-1}) &= 0 \\ \sum_{t=1}^n r_t - n\gamma_0 - \gamma_1 \sum_{t=1}^n r_{t-1} &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
n\hat{\gamma}_0 &= \sum_{t=1}^n r_t - \hat{\gamma}_1 \sum_{t=1}^n r_{t-1} \\
\hat{\gamma}_0 &= \frac{\sum_{t=1}^n r_t - \hat{\gamma}_1 \sum_{t=1}^n r_{t-1}}{n} \quad (4.14)
\end{aligned}$$

2. Untuk  $\hat{\gamma}_1$

Solusi  $\hat{\gamma}_1$  yang meminimumkan jumlah kuadrat error  $SSE$  diperoleh dengan menggunakan turunan pertama fungsi  $SSE$  terhadap  $\hat{\gamma}_1$ , yaitu dengan menyelesaikan persamaan  $\frac{\partial(SSE)}{\partial\hat{\gamma}_1} = 0$ , sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sum_{t=1}^n (r_t - \hat{\gamma}_0 - \hat{\gamma}_1 r_{t-1})^2}{\partial \hat{\gamma}_1} &= 0 \\
-2r_{t-1} \sum_{t=1}^n (r_t - \hat{\gamma}_0 - \hat{\gamma}_1 r_{t-1})^2 &= 0 \\
-2 \sum_{t=1}^n r_t r_{t-1} + 2\hat{\gamma}_0 \sum_{t=1}^n r_{t-1} + 2\hat{\gamma}_1 \sum_{t=1}^n r_{t-1}^2 &= 0 \\
\sum_{t=1}^n r_t r_{t-1} - \hat{\gamma}_0 \sum_{t=1}^n r_{t-1} - \hat{\gamma}_1 \sum_{t=1}^n r_{t-1}^2 &= 0
\end{aligned}$$

Selanjutnya substitusi persamaan (4.14) sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
\sum_{t=1}^n r_t r_{t-1} - \left( \frac{\sum_{t=1}^n r_t - \hat{\gamma}_1 \sum_{t=1}^n r_{t-1}}{n} \right) \sum_{t=1}^n r_{t-1} - \\
\hat{\gamma}_1 \sum_{t=1}^n r_{t-1}^2 = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{t=1}^n r_t r_{t-1} - \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n r_t \sum_{t=1}^n r_{t-1} + \frac{\hat{\gamma}_1}{n} \sum_{t=1}^n r_{t-1} \sum_{t=1}^n r_{t-1} \\
- \hat{\gamma}_1 \sum_{t=1}^n r_{t-1}^2 = 0 \\
\hat{\gamma}_1 \left[ \sum_{t=1}^n (r_{t-1})^2 - \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n r_{t-1} \sum_{t=1}^n r_{t-1} \right] = \\
\sum_{t=1}^n r_t r_{t-1} - \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n r_t \sum_{t=1}^n r_{t-1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{\gamma}_1 &= \frac{\sum_{t=1}^n r_t r_{t-1} - \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n r_t \sum_{t=1}^n r_{t-1}}{\sum_{t=1}^n (r_{t-1})^2 - \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n r_{t-1} \sum_{t=1}^n r_{t-1}} \\
\hat{\gamma}_1 &= \frac{n \sum_{t=1}^n r_t r_{t-1} - \sum_{t=1}^n r_t \sum_{t=1}^n r_{t-1}}{n \sum_{t=1}^n (r_{t-1})^2 - \sum_{t=1}^n r_{t-1} \sum_{t=1}^n r_{t-1}} \quad (4.15)
\end{aligned}$$

Menggunakan persamaan (4.15) maka dapat dicari estimator dari  $\eta$  yakni:

$$\begin{aligned}
\hat{\gamma}_1 &= e^{(-\hat{\eta}\Delta t)} \\
e^{(-\hat{\eta}\Delta t)} &= \frac{n \sum_{t=1}^n r_t r_{t-1} - \sum_{t=1}^n r_t \sum_{t=1}^n r_{t-1}}{n \sum_{t=1}^n (r_{t-1})^2 - \sum_{t=1}^n r_{t-1} \sum_{t=1}^n r_{t-1}} \\
\ln(e^{(-\hat{\eta}\Delta t)}) &= \ln \left[ \frac{n \sum_{t=1}^n r_t r_{t-1} - \sum_{t=1}^n r_t \sum_{t=1}^n r_{t-1}}{n \sum_{t=1}^n (r_{t-1})^2 - \sum_{t=1}^n r_{t-1} \sum_{t=1}^n r_{t-1}} \right] \\
-\hat{\eta}\Delta t &= \ln \left[ \frac{n \sum_{t=1}^n r_t r_{t-1} - \sum_{t=1}^n r_t \sum_{t=1}^n r_{t-1}}{n \sum_{t=1}^n (r_{t-1})^2 - \sum_{t=1}^n r_{t-1} \sum_{t=1}^n r_{t-1}} \right] \\
\hat{\eta} &= -\frac{1}{\Delta t} \ln \left[ \frac{n \sum_{t=1}^n r_t r_{t-1} - \sum_{t=1}^n r_t \sum_{t=1}^n r_{t-1}}{n \sum_{t=1}^n (r_{t-1})^2 - \sum_{t=1}^n r_{t-1} \sum_{t=1}^n r_{t-1}} \right] \quad (4.16)
\end{aligned}$$

Untuk estimator dari  $\theta$  dapat diperoleh dengan

$$\begin{aligned}\hat{\gamma}_0 &= \hat{\theta}(1 - e^{-\eta\Delta t}) \\ \hat{\theta} &= \frac{\hat{\gamma}_0}{(1 - e^{-\eta\Delta t})}\end{aligned}\quad (4.17)$$

Substitusikan  $\hat{\gamma}_0$  pada persamaan (4.14) ke persamaan (4.17) sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}\hat{\theta} &= \frac{\hat{\gamma}_0}{(1 - e^{-\eta\Delta t})} \\ \hat{\theta} &= \frac{\frac{\sum_{t=1}^n r_t - \gamma_1 \sum_{t=1}^n r_{t-1}}{n}}{(1 - e^{-\eta\Delta t})} \\ \hat{\theta} &= \frac{\sum_{t=1}^n r_t - e^{(-\hat{\eta}\Delta t)} \sum_{t=1}^n r_{t-1}}{n(1 - e^{-\eta\Delta t})}\end{aligned}\quad (4.18)$$

Untuk estimator dari  $\sigma^2$  dapat diperoleh dengan menggunakan *variance function*. Variansi untuk persamaan diferensial stokastik Vasicek adalah persamaan (4.11). Kemudian dicari standard deviasi dari  $\epsilon_t$  tersebut.

$$\begin{aligned}St.d(\epsilon) &= \sqrt{\frac{n \sum_{t=1}^n (r_t)^2 - (\sum_{t=1}^n r_t)^2}{n(n-2)}} - \\ &\quad \sqrt{\frac{\gamma_1 (n \sum_{t=1}^n r_t r_{t-1} - \sum_{t=1}^n r_t \sum_{t=1}^n r_{t-1})}{n(n-2)}}\end{aligned}\quad (4.19)$$

Berdasarkan persamaan (4.11) variansi dari  $\epsilon_t$  adalah sebagai berikut:

$$\sqrt{Var(r_t)} = st.d(\epsilon) = \hat{\sigma} \sqrt{\frac{(1 - e^{-\hat{\eta}\Delta t})}{2\hat{\eta}}}\quad (4.20)$$

sehingga dapat dicari nilai parameter  $\hat{\sigma}$  berdasarkan persamaan (4.19) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 st.d(\epsilon) &= \hat{\sigma} \sqrt{\frac{(1 - e^{-2\hat{\eta}\Delta t})}{2\hat{\eta}}} \\
 \hat{\sigma} &= \frac{st.d(\epsilon)}{\sqrt{\left(\frac{1 - \hat{\gamma}_1^2}{2\hat{\eta}}\right)}} \\
 \hat{\sigma} &= st.d(\epsilon) \sqrt{\left(\frac{2\hat{\eta}}{1 - \hat{\gamma}_1^2}\right)} \\
 \hat{\sigma} &= st.d(\epsilon) \sqrt{\frac{-2 \ln \hat{\gamma}_1}{\Delta t(1 - \hat{\gamma}_1^2)}} \quad (4.21)
 \end{aligned}$$

#### 4.6 Analisis pemodelan parameter *short rate* ( $\beta_2$ ) model Diebold-Li

Pada tahap ini dilakukan analisis pemodelan parameter *short rate* ( $\beta_2$ ) pada model Diebold-Li dengan menggunakan persamaan diferensial stokastik Vasicek. Berikut merupakan tahapan untuk menganalisis pemodelan parameter *short rate* ( $\beta_2$ ) pada model Diebold-Li.

##### 4.6.1 Menghitung Nilai Parameter Persamaan Diferensial Stokastik Vasicek

Pada tahap ini menjelaskan mengenai perhitungan nilai parameter dari persamaan diferensial stokastik Vasicek. Berdasarkan data ( $\beta_2$ ) model Diebold-Li yang diperoleh pada subbab 4.1 dan metode *Ordinary Least Square* yang dijelaskan pada subbab 4.5. Parameter pada persamaan diferensial stokastik Vasicek yaitu  $\eta$ ,  $\theta$ , dan  $\sigma$ . Nilai *rate of reversion* ( $\eta$ ), *drift* ( $\theta$ ), dan volatilitas ( $\sigma$ ) adalah konstan.

Parameter ( $\eta$ ) menyatakan mean reversion yang berarti bahwa nilai suku bunga cenderung akan kembali ke tingkat

rata-rata. Parameter ( $\theta$ ) menyatakan drift yang berarti tingkat pengembalian yang diharapkan pada obligasi jangka pendek. Serta parameter ( $\sigma$ ) menyatakan volatilitas yang berarti tingkat perubahan dari harga obligasi jangka pendek.

Sebelum melakukan perhitungan nilai parameter *rate of reversion* ( $\eta$ ), terlebih dahulu harus menghitung nilai  $\gamma_1$  menggunakan persamaan (4.15) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\hat{\gamma}_1 &= \frac{(93 \times \sum_{t=1}^{92} r_{t-1} r_t) - (\sum_{t=1}^{92} r_{t-1} \times \sum_{t=1}^{92} r_t)}{(93 \times \sum_{t=1}^{92} r_{t-1}^2) - (\sum_{t=1}^{92} r_{t-1})^2} \\ &= \frac{(93 \times 883.197) - (-272.677 \times -270.404)}{(93 \times 905.234) - (-272.677)^2} \\ &= 0.85466.\end{aligned}$$

Selanjutnya dengan persamaan (4.16) didapatkan nilai parameter *mean reversion* ( $\eta$ ) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\eta &= -\frac{\ln(\hat{\gamma}_1)}{\Delta t} \\ &= -\frac{\ln(0.85466)}{1} \\ &= 0.1571.\end{aligned}$$

Setelah didapatkan nilai ( $\eta$ ), selanjutnya dihitung nilai parameter *drift* ( $\theta$ ) menggunakan persamaan (4.18) sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\hat{\theta} &= \frac{\sum_{t=1}^{92} r_t - e^{(-\hat{\eta}\Delta t)} \sum_{t=1}^{92} r_{t-1}}{n(1 - e^{-\eta\Delta t})} \\ &= \frac{-270.404 - (0.85466) * -272.677}{93 * (1 - 0.85466)} \\ &= -2.7639\end{aligned}$$

Selanjutnya dihitung nilai parameter volatilitas ( $\sigma$ ) sesuai persamaan (4.19) dan (4.21) sebagai berikut:



Dihitung standard deviasi dari  $\epsilon_t$  tersebut.

$$\begin{aligned}
 St.d(\epsilon) &= \sqrt{\frac{n \sum_{t=1}^n (r_t)^2 - (\sum_{t=1}^n r_t)^2}{n(n-2)}} - \\
 &\quad \sqrt{\frac{\gamma_1 (n \sum_{t=1}^n r_t r_{t-1} - \sum_{t=1}^n r_t \sum_{t=1}^n r_{t-1})}{n(n-2)}} \\
 &= \sqrt{\frac{93 \sum_{t=1}^{92} (r_t)^2 - \left(\sum_{t=1}^{93} r_t\right)^2}{93(93-2)}} - \\
 &\quad \sqrt{\frac{(0.85466) \left(93 \sum_{t=1}^{92} r_t r_{t-1} - \sum_{t=1}^{92} r_t \sum_{t=1}^{92} r_{t-1}\right)}{93(93-2)}} \\
 &= \sqrt{\frac{(93 * 879.701) - (-270.404)^2}{93 * (93-2)}} - \\
 &\quad \sqrt{\frac{(0.85466)(93 * 883.197) - (-270.404 * -272.677)}{93 * (93-2)}} \\
 &= 0.5597
 \end{aligned}$$

sehingga untuk nilai parameter  $\sigma$  didapatkan nilai sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \sigma &= st.d(\epsilon) \sqrt{\frac{-2 \ln \hat{\gamma}_1}{\Delta t(1 - \gamma_1^2)}} \\
 &= 0.5597 \sqrt{\frac{(-2 \ln(0.85466))}{1(1 - (0.85466)^2)}} \\
 &= 0.4562
 \end{aligned}$$

Berikut hasil perhitungan estimasi paramater persamaan diferensial stokastik Vasicek dengan menggunakan *Ordinary Least Square* :

Tabel 4.1: Hasil estimasi parameter  $\mu$ ,  $\theta$ , dan  $\sigma$ 

$\eta$	$\theta$	$\sigma$
0.1571	-2.7639	0.4562

#### 4.6.2 Validasi pemodelan parameter *short rate* ( $\beta_2$ ) model Diebold Li menggunakan persamaan diferensial stokastik Vasicek

Pada tahap ini dilakukan validasi pemodelan parameter *short rate* ( $\beta_2$ ) pada model Diebold Li dengan menggunakan persamaan diferensial stokastik Vasicek sebagai berikut:

##### 1. Pembentukan Pemodelan parameter *short rate* ( $\beta_2$ ) pada Model Diebold-Li

Pada tahap ini dilakukan pembentukan model parameter *short rate* ( $\beta_2$ ) model Diebold-Li. Berdasarkan persamaan (4.6) sebagai berikut:

$$r_t = r_{t-1}e^{-\eta\Delta t} + \theta(1 - e^{-\eta\Delta t}) + \int_u^t e^{-\eta\Delta t} \sigma dZ_s$$

Kemudian dibentuk pemodelan dengan diberikan  $r_t = F_t$  dan  $r_{t-1} = F_{t-1}$  sehingga didapatkan pemodelan parameter *short rate*  $\beta_2$  pada model Diebold-Li sebagai berikut:

$$F_t = F_{t-1}e^{-\eta(t-u)} + \theta(1 - e^{-\eta(t-u)}) + \sigma e^{-\eta t} \int_u^t e^{\eta s} dZ_s \quad (4.22)$$

Selanjutnya untuk penyelesaian integral stokastik  $\int_u^t e^{-\eta(t-s)} \sigma dZ_s$  digunakan pendekatan jumlahan riemann. Selanjutnya dibentuk  $s_0, s_1, \dots, s_n$  yang merupakan partisi dari  $[u, t]$  sedemikian hingga  $u = s_0 \leq s_1 \leq \dots \leq s_n = t$ .  $e^{\eta s}$  adalah konstanta pada sub interval  $[s_k, s_{k+1}]$ . Untuk

$s_k \leq s \leq s_{k+1}$ , sehingga diperoleh:

$$\begin{aligned}
 \int_o^t e^{\eta s} dZ_s &= \int_{s_0}^{s_1} e^{\eta s} dZ_s + \int_{s_1}^{s_2} e^{\eta s} dZ_s + \dots \\
 &\quad + \int_{s_k}^{s_{k+1}} e^{\eta s} dZ_s \\
 &= e^{\eta s} [Z(s_1) - Z(s_0)] + e^{\eta s} [Z(s_2) - Z(s_1)] \\
 &\quad + \dots + e^{\eta s} [Z(s_{k+1}) - Z(s_k)] \\
 &= \sum_{j=0}^{k+1} e^{\eta s_j} [Z(s_{j+1}) - Z(s_j)]
 \end{aligned}$$

Sehingga didapatkan

$$I(t) = \int_o^t e^{\eta s} dZ_s = \sum_{j=0}^{k+1} e^{\eta s_j} [Z(s_{j+1}) - Z(s_j)], \quad (4.23)$$

karena  $I(t) = \int_u^t e^{\eta s} d(Z_s)$ , sehingga berdasarkan persamaan (4.22) dan (4.23) didapatkan pemodelan parameter *short rate*  $\beta_2$  pada model Diebold-Li dengan menggunakan persamaan diferensial stokastik Vasicek sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 F_t &= F_{t-1} e^{-\eta(t-u)} + \theta(1 - e^{-\eta(t-u)}) + \\
 &\quad \sigma e^{-\eta t} \sum_{s=u}^t e^{\eta s} \Delta Z.
 \end{aligned} \quad (4.24)$$

dengan :

$F_{t-1}$  : Nilai parameter *short rate*  $\beta_2$  model Diebold-Li pada waktu  $t - 1$

$F_t$  : Prediksi nilai parameter *short rate*  $\beta_2$  model Diebold-Li pada waktu  $t$

$\eta$  : rate of reversion

$\theta$  : *drift*

$\sigma$  : volatilitas

$Z$  : Proses Wiener atau biasa disebut dengan *Brownian motion*.

Selanjutnya dengan menggunakan persamaan (4.24) serta nilai  $\eta$ ,  $\theta$ ,  $\sigma$  yang sudah didapat pada tahapan sebelumnya, diperoleh pemodelan parameter *short rate*  $\beta_2$  pada model Diebold-Li sebagai berikut:

$$F_t = F_{t-1}e^{-0.1571(t-u)} + (-2.7639)(1 - e^{-0.1571(t-u)}) + (0.4562)e^{(-0.1571t)} \sum_{s=u}^t e^{(0.1571)s} \Delta Z \quad (4.25)$$

$F_t$  bergantung pada seluruh bagian *Brownian motion* [15]. Integral  $\int_u^t e^{\eta s} d(Z_s)$  didekati dengan menggunakan jumlahan Riemann yang ditunjukkan pada persamaan (4.23) [17] dengan  $dZ_s = \epsilon \sqrt{dt}$  merupakan variabel acak yang menunjukkan Proses Wiener [15].  $Z_t - Z_s$  berdistribusi normal dengan *mean* 0 dan variansi  $t - s$  sehingga ekivalen dapat ditulis  $Z(s_{j+1}) - Z(s_j) \approx \sqrt{(s_{j+1} - s_j)}N(0, 1)$  dengan  $\epsilon \in N(0, 1)$  yang ditunjukkan pada persamaan (2.3)[17].

Selanjutnya, dilakukan validasi terhadap pemodelan parameter  $\beta_2$  Model Diebold-Li dengan menggunakan prediksi nilai parameter  $\beta_2$  sebagai hasil pemodelan tersebut pada bulan Oktober 2017 sampai Maret 2018. Perhitungan prediksi parameter  $\beta_2$  model Diebold-Li dengan nilai awal yang digunakan adalah nilai parameter  $\beta_2$  pada bulan sebelumnya dapat dilihat pada Lampiran B, dengan bantuan *software* Matlab.

Berdasarkan persamaan (4.25), maka diperoleh hasil sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
F_t &= F_{t-1}e^{-0.1571(t-u)} + (-2.7639)(1 - e^{-0.1571(t-u)}) + \\
&\quad (0.4562)e^{(-0.1571t)} \sum_{s=u}^t e^{(0.1571)s} \Delta Z \\
F_1 &= F_0 \\
F_1 &= -2.27251 \\
F_2 &= (-2.27251)e^{-0.1571(t-u)} + (-2.7639) \\
&\quad (1 - e^{-0.1571(t-u)}) + (0.4562)e^{(-0.1571t)} \sum_{s=1}^2 e^{(0.1571)s} (\epsilon) \\
F_2 &= -2.75145 \\
&\vdots \\
F_6 &= (-3.22366)e^{-0.1571(t-u)} + (-2.7639) \\
&\quad (1 - e^{-0.1571(t-u)}) + (0.4562)e^{(-0.1571t)} \sum_{s=5}^6 e^{(0.1571)s} (\epsilon) \\
F_6 &= -2.81616
\end{aligned}$$

Hasil perhitungan prediksi untuk validasi hasil pemodelan parameter  $(\beta_2)$  model Diebold-Li terdapat pada Tabel 4.2 berikut:

Tabel 4.2: Data Aktual dan Hasil Pemodelan Nilai  $\beta_2$

No	t	Tanggal	Data Aktual $\beta_2$	Hasil Prediksi $\beta_2$
1	94	Oktober 2017	-2.24947	-2.27252
2	95	Nopember 2017	-2.33533	-2.75145
3	96	Desember 2017	-2.54590	-2.68071
4	97	Januari 2018	-2.63515	-2.69322
5	98	Februari 2018	-2.71215	-3.22366
6	99	Maret 2018	-2.63823	-2.81616

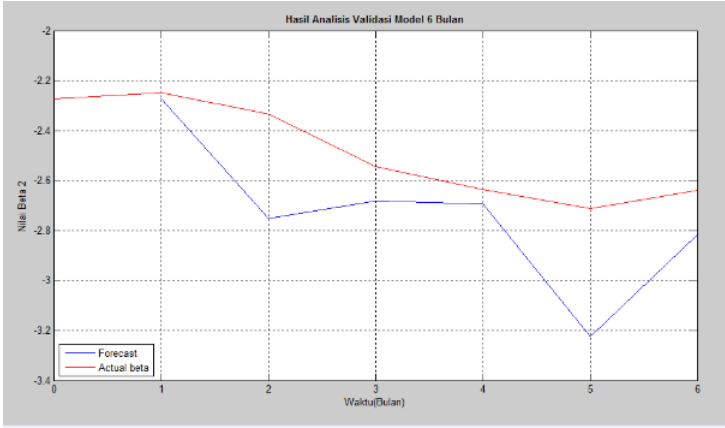
## 2. Perhitungan Nilai MAPE

Pada tahap ini uji validasi pemodelan dilakukan dengan menggunakan MAPE untuk mengetahui tingkat akurasi prediksi (dalam %). Berdasarkan persamaan (2.16) dan hasil pemodelan parameter ( $\beta_2$ ) model Diebold-Li pada Tabel 4.2 diperoleh nilai *error* perhitungan MAPE sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 MAPE &= \frac{\sum_{k=1}^N \left| \left( \frac{r_t - F_t}{r_t} \right) \times 100 \right|}{N} \\
 &= \frac{\left| \left( \frac{r_1 - F_1}{r_1} \right) \times 100 \right| + \dots + \left| \left( \frac{r_6 - F_6}{r_6} \right) \times 100 \right|}{6} \\
 &= \frac{\left| \left( \frac{-2.24947 - (-2.27251)}{-2.24947} \right) \times 100 \right| + \dots + \left| \left( \frac{-2.63824 - (-2.81616)}{-2.63824} \right) \times 100 \right|}{6} \\
 &= 8.6577\%
 \end{aligned}$$

Berdasarkan Tabel 2.1 nilai MAPE sebesar 8.6577 % berarti pemodelan tersebut memiliki tingkat akurasi prediksi yang tinggi. Serta Gambar 4.5 merupakan grafik validasi perbandingan nilai aktual parameter ( $\beta_2$ ) dengan nilai hasil pemodelan.

Pada Tugas Akhir ini dilakukan juga simulasi realisasi dengan 10, 100 dan 1000 lintasan yang mungkin terjadi pada pemodelan parameter *short rate*  $\beta_2$  Model Diebold-Li dengan menggunakan persamaan diferensial stokastik Vasicek dibantu software Matlab. Setiap realisasi lintasan sebanyak 6 titik menggunakan persamaan (4.25). Penjelasan mengenai realisasi tersebut sebagai berikut:



Gambar 4.5: Hasil Analisis Validasi Model

Misalkan jika  $i$  adalah setiap realisasi lintasan yang mungkin dari pemodelan. Maka didapatkan :

Untuk  $i = 1$

$$F_1 = F_0$$

$$F_2 = F_1 e^{-\eta(1)} + \theta(1 - e^{-\eta(1)}) + \sigma e^{-\eta(2)} \sum_{s=1}^2 e^{\eta(s)}(\epsilon)$$

$$\vdots$$

$$F_6 = F_5 e^{-\eta(1)} + \theta(1 - e^{-\eta(1)}) + \sigma e^{-\eta(6)} \sum_{s=5}^6 e^{\eta(s)}(\epsilon)$$

Untuk  $i = 2$

$$F_1 = F_0$$

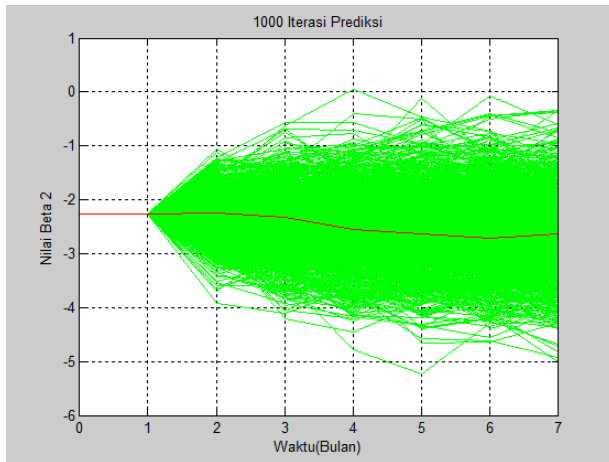
$$F_2 = F_1 e^{-\eta(1)} + \theta(1 - e^{-\eta(1)}) + \sigma e^{-\eta(2)} \sum_{s=1}^2 e^{\eta(s)}(\epsilon)$$

⋮

$$F_6 = F_5 e^{-\eta(1)} + \theta(1 - e^{-\eta(1)}) + \sigma e^{-\eta(6)} \sum_{s=5}^6 e^{\eta(s)}(\epsilon)$$

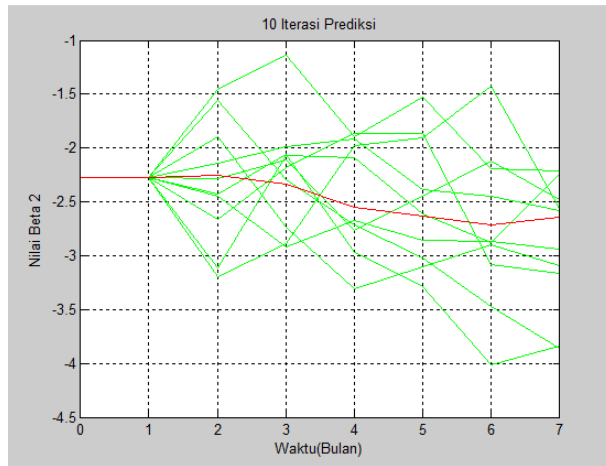
Perulangan dilakukan hingga  $i = 1000$ . Setiap  $i$  akan membentuk garis hijau dimana garis tersebut merupakan realisasi prediksi dari hasil pemodelan parameter  $\beta_2$  pada model Diebold-Li yang mungkin terjadi.

Gambar 4.6 menunjukkan ketika  $i = 1000$ , terdapat 1000 lintasan garis hijau yang mungkin terbentuk dari hasil pemodelan parameter  $\beta_2$  model Diebold-Li dan garis merah adalah data aktual  $\beta_2$ . Garis hijau tersebut berarti terdapat 1000 realisasi prediksi nilai  $\beta_2$  sebagai hasil dari pemodelan parameter *short rate* ( $\beta_2$ ) dengan menggunakan persamaan diferensial stokastik Vasicek yang kemungkinan akan terjadi.

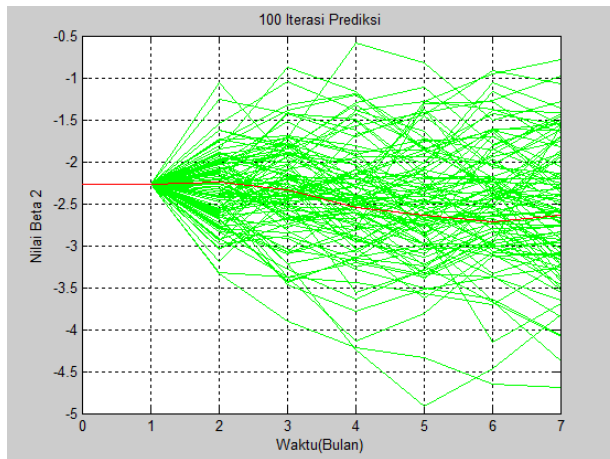


Gambar 4.6: Realisasi Lintasan Prediksi  $\beta_2$  dengan  $i = 1000$





Gambar 4.7: Realisasi Lintasan Prediksi  $\beta_2$  dengan  $i = 10$



Gambar 4.8: Realisasi Lintasan Prediksi  $\beta_2$  dengan  $i = 100$

Demikian pada Gambar 4.7 dan 4.8 juga ditunjukkan hasil simulasi realisasi lintasan dengan  $i = 10$  dan  $i = 100$ . Terdapat Garis hijau tersebut berarti terdapat 10 dan 100

realisasi prediksi nilai  $\beta_2$  hasil pemodelan parameter *short rate* ( $\beta_2$ ) pada model Diebold-Li yang kemungkinan akan terjadi. Berdasarkan Gambar 4.6, Gambar 4.7, dan Gambar 4.8 menunjukkan bahwa semakin banyak realisasi lintasan menghasilkan banyak realisasi prediksi hasil pemodelan sehingga kemungkinan didapatkan nilai MAPE semakin kecil.

#### 4.7 Prediksi Parameter *short rate* $\beta_2$ Model Diebold-Li menggunakan Persamaan Diferensial Stokastik

Pada bagian ini berdasarkan hasil validasi pemodelan yang dibahas pada subbab sebelumnya, maka dapat dilakukan prediksi nilai parameter  $\beta_2$  Model Diebold-Li selama bulan selanjutnya yaitu bulan April 2018 sampai dengan Desember 2018 menggunakan *software* Matlab. Berdasarkan persamaan (4.25) maka diperoleh prediksi nilai parameter  $\beta_2$  pada Model Diebold-Li sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 F_t &= F_{t-1}e^{-0.1571(t-u)} + (-2.7639)(1 - e^{-0.1571(t-u)}) + \\
 &\quad (0.4562)e^{(-0.1571t)} \sum_{s=u}^t e^{(0.1571)s} \Delta Z \\
 F_1 &= F_0 \\
 F_1 &= -2.63823 \\
 F_2 &= -2.63823e^{-0.1571(t-u)} + (-2.7639)(1 - e^{-0.1571(t-u)}) \\
 &\quad + (0.4562)e^{(-0.1571t)} \sum_{s=u}^t e^{(0.1571)s} (\epsilon) \\
 F_2 &= -2.48687 \\
 F_3 &= -2.48687e^{-0.1571(t-u)} + (-2.7639)(1 - e^{-0.1571(t-u)})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (0.4562)e^{(-0.1571t)} \sum_{s=u}^t e^{(0.1571)s}(\epsilon) \\
F_3 &= -2.53690 \\
& \vdots \\
F_8 &= (-2.51844)e^{-0.1571(t-u)} + (-2.7639)(1 - e^{-0.1571(t-u)}) \\
& + (0.4562)e^{(-0.1571t)} \sum_{s=u}^t e^{(0.1571)s}(\epsilon) \\
F_8 &= -2.8335 \\
F_9 &= (-2.8335)e^{-0.1571(t-u)} + (-2.7639)(1 - e^{-0.1571(t-u)}) \\
& + (0.4562)e^{(-0.1571t)} \sum_{s=u}^t e^{(0.1571)s}(\epsilon) \\
F_9 &= -2.94062
\end{aligned}$$

Pada pengujian akurasi prediksi dari hasil pemodelan parameter *short rate*  $\beta_2$  pada model Diebold-Li dibuat selang kepercayaan 95% berdasar pada persamaan (2.17). Sehingga dengan menggunakan *mean* dan variansi pada persamaan (4.7) dan (4.11) sebagai berikut :

Mean :

$$\bar{X} = E(F_t) = F_{t-1}e^{-\eta\Delta t} + \theta(1 - e^{-\eta\Delta t}) \quad (4.26)$$

Variansi :

$$Var(F_t) = \frac{\sigma^2}{2\eta}(1 - e^{-2\eta(t-u)}) \quad (4.27)$$

Dimisalkan  $r_t = F_t$  dan  $r_{t-1} = F_{t-1}$  untuk membentuk selang kepercayaan 95% berdasarkan persamaan (2.17) yang akan menunjukkan hasil pemodelan parameter *short rate*  $\beta_2$  pada model Diebold-Li berada terletak di dalam batas selang

kepercayaan. Sehingga selang kepercayaan 95% dari  $F_t$  hasil pemodelan nilai parameter  $\beta_2$  pada model Diebold-Li adalah sebagai berikut :

$$\bar{X} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (4.28)$$

Selanjutnya dengan mensubstitusikan nilai *mean* pada persamaan (4.26) dan *varians* pada persamaan (4.27) ke dalam persamaan (4.28) sehingga didapatkan persamaan selang kepercayaan (4.29) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} & F_{t-1}e^{-\eta(t-u)} + \theta(1 - e^{-\eta(t-u)}) - 1,96\sqrt{\frac{\sigma^2}{2\eta}(1 - e^{-2\eta(t-u)})} \\ \leq F_t & \leq F_{t-1}e^{-\eta(t-u)} + \theta(1 - e^{-\eta(t-u)}) + 1,96\sqrt{\frac{\sigma^2}{2\eta}(1 - e^{-2\eta(t-u)})} \end{aligned} \quad (4.29)$$

dengan:

$F_{t-1}$  : prediksi nilai parameter  $\beta_2$  Model Diebold Li pada waktu  $t - 1$

$F_t$  : prediksi nilai parameter  $\beta_2$  Model Diebold Li pada waktu  $t$

$\eta$  : *rate of reversion*

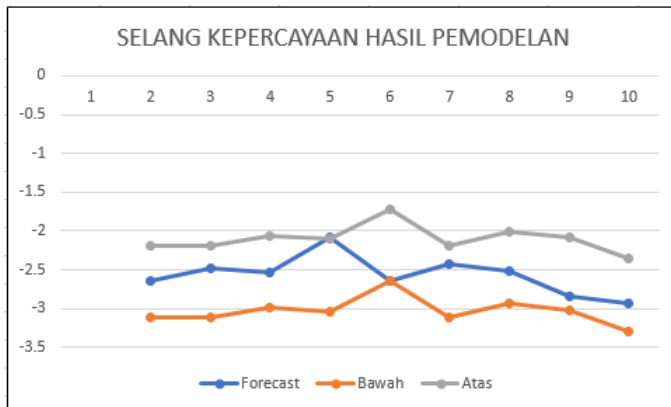
$\theta$  : *drift*

$\sigma$  : volatilitas

Berdasarkan persamaan (4.29) hasil selang kepercayaan 95% dengan taraf signifikansi  $\alpha = 5\%$  dari nilai prediksi hasil pemodelan parameter  $\beta_2$  Model Diebold-Li dengan menggunakan persamaan diferensial stokastik Vasicek pada bulan April-Desember 2018 berada diantara batas selang kepercayaan. Sehingga dapat ditunjukkan pada Tabel 4.3 dan Gambar 4.9.

Tabel 4.3: Selang Kepercayaan Prediksi nilai parameter  $\beta_2$  Model Diebold Li

No	Tanggal	Batas Bawah	Prediksi	Batas Atas
1	April 2018	-3.12080	-2.63824	-2.19221
2	Mei 2018	-3.12080	-2.48687	-2.19221
3	Juni 2018	-2.99144	-2.53691	-2.06285
4	Juli 2018	-3.03419	-2.08842	-2.10561
5	Agst 2018	-2.65091	-2.63908	-1.72233
6	Sept 2018	-3.12151	-2.42795	-2.19293
7	Okt 2018	-2.94108	-2.51845	-2.01249
8	Nop 2018	-3.01842	-2.83355	-2.08984
9	Des 2018	-3.28771	-2.94063	-2.35912



Gambar 4.9: Grafik Selang Kepercayaan Prediksi nilai parameter  $\beta_2$  Model Diebold Li

*Halaman ini sengaja dikosongkan.*

## BAB V PENUTUP

Pada bab ini, diberikan kesimpulan yang diperoleh dari tugas akhir ini serta saran untuk penelitian selanjutnya.

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan pada bab sebelumnya, kesimpulan dari tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Telah diperoleh metode untuk mendapatkan pemodelan parameter short rate ( $\beta_2$ ) pada model Diebold-Li dengan menggunakan persamaan diferensial stokastik Vasicek adalah dengan implementasi pada model Diebold-Li untuk mendapatkan nilai parameter  $\beta_2$ , mengkonstruksi persamaan diferensial stokastik Vasicek sehingga didapatkan pemodelan parameter short rate  $\beta_2$ , mendapatkan estimasi parameter  $\eta$ ,  $\theta$ , dan  $\sigma$  dari persamaan diferensial stokastik Vasicek. Kemudian hasil estimasi parameter dari persamaan diferensial stokastik Vasicek disubstitusikan pada pemodelan parameter short rate ( $\beta_2$ ) pada model Diebold-Li. Sehingga didapatkan pemodelan parameter *short rate* ( $\beta_2$ ) pada model Diebold-Li dengan menggunakan persamaan diferensial stokastik Vasicek sebagai berikut:

$$\begin{aligned} F_t &= F_{t-1}e^{-\eta(t-u)} + \theta(1 - e^{-\eta(t-u)}) + \\ &\quad \sigma e^{-\eta t} \sum_{s=u}^t e^{\eta s} \Delta Z. \end{aligned}$$

2. Hasil analisis pemodelan parameter *short rate* pada model Diebold-Li dengan menggunakan persamaan diferensial stokastik Vasicek menghasilkan nilai parameter  $\eta = 0.1571$ ,  $\theta = -2.7639$ , dan  $\sigma = 0.4562$ . Pemodelan tersebut menghasilkan nilai MAPE sebesar 8.65% yang berarti hasil pemodelan tersebut memiliki tingkat akurasi prediksi yang tinggi. Untuk prediksi nilai parameter *short rate*  $\beta_2$  Model Diebold-Li bulan April sampai Desember 2018 dengan rata-rata senilai -2.56779 dengan prediksi nilai  $\beta_2$  tertinggi senilai -2.08842 dan prediksi nilai  $\beta_2$  terendah senilai -2.94063.

## 5.2 Saran

Adapun saran yang didapatkan dari Tugas Akhir ini adalah untuk penelitian selanjutnya dapat digunakan model persamaan diferensial stokastik yang lain untuk membentuk pemodelan serta memprediksi nilai  $\beta$  lain dari Model Diebold-Li.



## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Setiadi. (1996). **Obligasi dalam Perspektif Hukum Indonesia**. Jakarta. Citra Aditya Bakti.
- [2] Nawalkha, S.K., Soto. (2009). **Dynamic Term Structure Modeling: The fixed Income Valuation Course**, Faculty of Business and Economics. University of Murcia.
- [3] Gibson, dkk. (2001). **Modeling the Term Structure of Interest Rates: a review of the literature**. University of Lausanne.
- [4] Diebold, F.X., Li. (2006). **Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields**. Journal of Econometrics, 130, 337-364.
- [5] Diebold, F.X., dkk. (2006). **The Macroeconomy and the Yield Curve: A Dynamic Latent Factor Approach**. Journal of Econometrics, 131, 309-338..
- [6] Caldeira J.F. dkk. (2009). **Efficient Interest Rate Curve Estimation and Forecasting in Brazil**. Journal of Financial Economics. University of Brazil.
- [7] Diani, S. (2014). **Pemodelan Harga Obligasi dengan suku bunga berfluktuasi menggunakan model Vasicek jangka pendek**. Ilmu Komputer. Telkom Bandung..
- [8] Ross, S.M. (1996). **Stochastic Processes. Second Edition**. Berkeley. University of California.

- [9] Bjork, T. (2001). **Stochastic Calculus**. Lecture Notes for The Course Numerical Methods for Stochastic Differential Equations Given in Stockholm and Lund. Sweden, spring.
- [10] Vasicek, O. (1977). **An equilibrium characterization of the term structure**. Journal of Financial Economics 5, 177188.
- [11] Willian, W.S.W. (1990). **Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods**. Addison-Wesley Publishing Company. United States of America.
- [12] Tsay, R.S. (2006). **Analysis of Financial Time Series**. Financial Econometrics, University of Chicago.
- [13] Lawrence, K.D., Klimberg, R.K., dan Lawrence S.M., (2009), **Fundamentals of Forecasting Using Excel**, Industrial Press Inc, America.
- [14] Walpole, R.E., (1995), **Pengantar Statistika**, Edisi ke-3, PT. Gramedia Pustaka Utama, Jakarta.
- [15] Smith, W., (2010), **On The Simulation and Estimation of The Mean-Reverting Ornstein-Uhlenbeck Process**, Verson1.01
- [16] Au, K.T., Raj, M., dan Thurston, D.C., (1997), **An Intuitive Explanation of Brownian motion as a Limit of a Random Walk**, Financial Education Association, <http://www.jstor.org/stable/41948251>.
- [17] Higham, D.J. (2001). **An Algorithmic Introduction to Numerical Simulation of Stochastic Diferential Equations**. Society for Industrial and Applied Mathematics Vol. 43, No. 3, pp. 525546

LAMPIRAN

*Halaman ini sengaja dikosongkan.*

**LAMPIRAN A**  
**Tabel Data yield Obligasi SBN**

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
1	Jan-10	1	6.62	25	Jan-12	1	4.30
2	Feb-10	1	7.47	26	Feb-12	1	3.56
3	Mar-10	1	7.40	27	Mar-12	1	3.93
4	Apr-10	1	7.03	28	Apr-12	1	3.87
5	Mei-10	1	7.01	29	Mei-12	1	4.16
6	Jun-10	1	6.87	30	Jun-12	1	4.41
7	Jul-10	1	6.47	31	Jul-12	1	4.43
8	Aug-10	1	5.97	32	Aug-12	1	4.72
9	Sep-10	1	5.98	33	Sep-12	1	4.90
10	Oct-10	1	5.56	34	Oct-12	1	4.74
11	Nov-10	1	4.63	35	Nov-12	1	4.34
12	Dec-10	1	5.43	36	Dec-12	1	4.07
13	Jan-11	1	5.58	37	Jan-13	1	3.91
14	Feb-11	1	6.65	38	Feb-13	1	3.80
15	Mar-11	1	6.33	39	Mar-13	1	3.78
16	Apr-11	1	6.04	40	Apr-13	1	3.76
17	May-11	1	5.73	41	Mei-13	1	4.03
18	Jun-11	1	5.55	42	Jun-13	1	5.31
19	Jul-11	1	4.97	43	Jul-13	1	6.39
20	Aug-11	1	4.21	44	Aug-13	1	6.60
21	Sep-11	1	4.74	45	Sep-13	1	6.64
22	Oct-11	1	5.09	46	Oct-13	1	5.94
23	Nov-11	1	4.87	47	Nov-13	1	6.28
24	Dec-11	1	4.55	48	Dec-13	1	6.62

**LAMPIRAN A (LANJUTAN)**

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
49	Jan-14	1	6.42	75	Mar-16	1	6.75
50	Feb-14	1	5.91	76	Apr-16	1	6.60
51	Mar-14	1	6.84	77	May-16	1	6.57
52	Apr-14	1	6.57	78	Jun-16	1	6.60
53	May-14	1	6.51	79	Jul-16	1	6.33
54	Jun-14	1	6.48	80	Aug-16	1	6.17
55	Jul-14	1	6.62	81	Sep-16	1	6.22
56	Aug-14	1	6.85	82	Oct-16	1	6.25
57	Sep-14	1	6.74	83	Nov-16	1	6.64
58	Oct-14	1	6.83	84	Dec-16	1	6.84
59	Nov-14	1	6.45	85	Jan-17	1	6.61
60	Dec-14	1	6.42	86	Feb-17	1	6.62
61	Jan-15	1	6.69	87	Mar-17	1	6.47
62	Feb-15	1	6.33	88	Apr-17	1	6.18
63	Mar-15	1	6.44	89	May-17	1	6.27
64	Apr-15	1	6.56	90	Jun-17	1	6.17
65	May-15	1	7.07	91	Jul-17	1	6.15
66	Jun-15	1	7.10	92	Aug-17	1	5.93
67	Jul-15	1	6.80	93	Sep-17	1	5.55
68	Aug-15	1	7.05	94	Oct-17	1	5.68
69	Sep-15	1	7.61	95	Nov-17	1	5.54
70	Oct-15	1	7.44	96	Dec-17	1	5.35
71	Nov-15	1	7.32	97	Jan-18	1	4.98
72	Dec-15	1	7.33	98	Feb-18	1	5.10
73	Jan-16	1	7.00	99	Mar-18	1	5.38
74	Feb-16	1	5.78				

**LAMPIRAN A (LANJUTAN)**

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
1	Jan-10	2	7.32	25	Jan-12	2	4.88
2	Feb-10	2	7.92	26	Feb-12	2	4.29
3	Mar-10	2	7.51	27	Mar-12	2	4.59
4	Apr-10	2	7.12	28	Apr-12	2	4.58
5	May-10	2	7.12	29	May-12	2	4.76
6	Jun-10	2	7.02	30	Jun-12	2	5.00
7	Jul-10	2	6.70	31	Jul-12	2	4.96
8	Aug-10	2	6.70	32	Aug-12	2	5.15
9	Sep-10	2	6.80	33	Sep-12	2	5.23
10	Oct-10	2	6.15	34	Oct-12	2	5.11
11	Nov-10	2	5.36	35	Nov-12	2	4.83
12	Dec-10	2	5.89	36	Dec-12	2	4.44
13	Jan-11	2	6.50	37	Jan-13	2	4.31
14	Feb-11	2	7.41	38	Feb-13	2	4.20
15	Mar-11	2	6.89	39	Mar-13	2	4.14
16	Apr-11	2	6.22	40	Apr-13	2	4.26
17	May-11	2	6.20	41	May-13	2	4.38
18	Jun-11	2	6.14	42	Jun-13	2	5.66
19	Jul-11	2	5.72	43	Jul-13	2	6.88
20	Aug-11	2	5.12	44	Aug-13	2	7.23
21	Sep-11	2	5.50	45	Sep-13	2	7.30
22	Oct-11	2	5.47	46	Oct-13	2	6.57
23	Nov-11	2	5.21	47	Nov-13	2	7.02
24	Dec-11	2	5.04	48	Dec-13	2	7.56

**LAMPIRAN A (LANJUTAN)**

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
49	Jan-14	2	7.52	75	Mar-16	2	7.40
50	Feb-14	2	7.17	76	Apr-16	2	7.08
51	Mar-14	2	7.25	77	May-16	2	7.01
52	Apr-14	2	7.24	78	Jun-16	2	7.07
53	May-14	2	7.22	79	Jul-16	2	6.68
54	Jun-14	2	7.21	80	Aug-16	2	6.39
55	Jul-14	2	7.30	81	Sep-16	2	6.51
56	Aug-14	2	7.46	82	Oct-16	2	6.70
57	Sep-14	2	7.42	83	Nov-16	2	7.19
58	Oct-14	2	7.48	84	Dec-16	2	7.47
59	Nov-14	2	7.28	85	Jan-17	2	7.08
60	Dec-14	2	7.35	86	Feb-17	2	7.03
61	Jan-15	2	7.10	87	Mar-17	2	6.84
62	Feb-15	2	6.70	88	Apr-17	2	6.64
63	Mar-15	2	6.87	89	May-17	2	6.62
64	Apr-15	2	7.12	90	Jun-17	2	6.48
65	May-15	2	7.60	91	Jul-17	2	6.63
66	Jun-15	2	7.94	92	Aug-17	2	6.39
67	Jul-15	2	7.74	93	Sep-17	2	5.95
68	Aug-15	2	7.89	94	Oct-17	2	6.03
69	Sep-15	2	8.43	95	Nov-17	2	5.93
70	Oct-15	2	8.30	96	Dec-17	2	5.60
71	Nov-15	2	8.23	97	Jan-18	2	5.45
72	Dec-15	2	8.28	98	Feb-18	2	5.34
73	Jan-16	2	8.16	99	Mar-18	2	5.66
74	Feb-16	2	7.45				



**LAMPIRAN A (LANJUTAN)**

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
1	Jan-10	3	7.81	25	Jan-12	3	5.00
2	Feb-10	3	8.16	26	Feb-12	3	4.44
3	Mar-10	3	7.94	27	Mar-12	3	4.77
4	Apr-10	3	7.52	28	Apr-12	3	4.69
5	May-10	3	7.66	29	May-12	3	4.89
6	Jun-10	3	7.44	30	Jun-12	3	5.16
7	Jul-10	3	7.15	31	Jul-12	3	5.08
8	Aug-10	3	7.14	32	Aug-12	3	5.27
9	Sep-10	3	7.15	33	Sep-12	3	5.42
10	Oct-10	3	6.44	34	Oct-12	3	5.26
11	Nov-10	3	5.98	35	Nov-12	3	4.93
12	Dec-10	3	6.31	36	Dec-12	3	4.58
13	Jan-11	3	6.96	37	Jan-13	3	4.45
14	Feb-11	3	7.90	38	Feb-13	3	4.36
15	Mar-11	3	7.42	39	Mar-13	3	4.29
16	Apr-11	3	6.66	40	Apr-13	3	4.45
17	May-11	3	6.49	41	May-13	3	4.53
18	Jun-11	3	6.32	42	Jun-13	3	5.68
19	Jul-11	3	5.95	43	Jul-13	3	6.98
20	Aug-11	3	5.52	44	Aug-13	3	7.36
21	Sep-11	3	5.75	45	Sep-13	3	7.52
22	Oct-11	3	5.62	46	Oct-13	3	6.90
23	Nov-11	3	5.45	47	Nov-13	3	7.31
24	Dec-11	3	5.28	48	Dec-13	3	7.74

**LAMPIRAN A (LANJUTAN)**

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
49	Jan-14	3	7.76	75	Mar-16	3	7.53
50	Feb-14	3	7.54	76	Apr-16	3	7.28
51	Mar-14	3	7.41	77	May-16	3	7.25
52	Apr-14	3	7.27	78	Jun-16	3	7.21
53	May-14	3	7.33	79	Jul-16	3	6.76
54	Jun-14	3	7.36	80	Aug-16	3	6.53
55	Jul-14	3	7.45	81	Sep-16	3	6.63
56	Aug-14	3	7.63	82	Oct-16	3	6.79
57	Sep-14	3	7.64	83	Nov-16	3	7.41
58	Oct-14	3	7.73	84	Dec-16	3	7.62
59	Nov-14	3	7.56	85	Jan-17	3	7.25
60	Dec-14	3	7.57	86	Feb-17	3	7.17
61	Jan-15	3	7.17	87	Mar-17	3	6.98
62	Feb-15	3	6.77	88	Apr-17	3	6.70
63	Mar-15	3	6.95	89	May-17	3	6.75
64	Apr-15	3	7.19	90	Jun-17	3	6.69
65	May-15	3	7.68	91	Jul-17	3	6.78
66	Jun-15	3	8.07	92	Aug-17	3	6.56
67	Jul-15	3	7.90	93	Sep-17	3	6.04
68	Aug-15	3	8.11	94	Oct-17	3	6.16
69	Sep-15	3	8.67	95	Nov-17	3	6.14
70	Oct-15	3	8.50	96	Dec-17	3	5.90
71	Nov-15	3	8.45	97	Jan-18	3	5.64
72	Dec-15	3	8.54	98	Feb-18	3	5.73
73	Jan-16	3	8.43	99	Mar-18	3	6.15
74	Feb-16	3	7.78				

**LAMPIRAN A (LANJUTAN)**

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
1	Jan-10	4	8.14	25	Jan-12	4	5.08
2	Feb-10	4	8.34	26	Feb-12	4	4.53
3	Mar-10	4	8.17	27	Mar-12	4	4.97
4	Apr-10	4	7.91	28	Apr-12	4	5.04
5	May-10	4	8.22	29	May-12	4	5.25
6	Jun-10	4	7.86	30	Jun-12	4	5.34
7	Jul-10	4	7.44	31	Jul-12	4	5.27
8	Aug-10	4	7.26	32	Aug-12	4	5.42
9	Sep-10	4	7.30	33	Sep-12	4	5.50
10	Oct-10	4	6.45	34	Oct-12	4	5.37
11	Nov-10	4	6.08	35	Nov-12	4	5.00
12	Dec-10	4	6.39	36	Dec-12	4	4.69
13	Jan-11	4	7.14	37	Jan-13	4	4.60
14	Feb-11	4	7.93	38	Feb-13	4	4.55
15	Mar-11	4	7.58	39	Mar-13	4	4.59
16	Apr-11	4	6.93	40	Apr-13	4	4.68
17	May-11	4	6.75	41	May-13	4	4.79
18	Jun-11	4	6.64	42	Jun-13	4	5.77
19	Jul-11	4	6.41	43	Jul-13	4	7.04
20	Aug-11	4	6.04	44	Aug-13	4	7.49
21	Sep-11	4	6.13	45	Sep-13	4	7.73
22	Oct-11	4	5.77	46	Oct-13	4	7.14
23	Nov-11	4	5.55	47	Nov-13	4	7.61
24	Dec-11	4	5.35	48	Dec-13	4	7.93

## LAMPIRAN A (LANJUTAN)

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
49	Jan-14	4	8.00	75	Mar-16	4	8.00
50	Feb-14	4	7.83	76	Apr-16	4	7.83
51	Mar-14	4	7.59	77	May-16	4	7.59
52	Apr-14	4	7.44	78	Jun-16	4	7.44
53	May-14	4	7.45	79	Jul-16	4	7.45
54	Jun-14	4	7.46	80	Aug-16	4	7.46
55	Jul-14	4	7.58	81	Sep-16	4	7.58
56	Aug-14	4	7.77	82	Oct-16	4	7.77
57	Sep-14	4	7.77	83	Nov-16	4	7.77
58	Oct-14	4	7.89	84	Dec-16	4	7.89
59	Nov-14	4	7.66	85	Jan-17	4	7.66
60	Dec-14	4	7.71	86	Feb-17	4	7.71
61	Jan-15	4	7.22	87	Mar-17	4	7.22
62	Feb-15	4	6.86	88	Apr-17	4	6.86
63	Mar-15	4	7.05	89	May-17	4	7.05
64	Apr-15	4	7.31	90	Jun-17	4	7.31
65	May-15	4	7.77	91	Jul-17	4	7.77
66	Jun-15	4	8.21	92	Aug-17	4	8.21
67	Jul-15	4	7.98	93	Sep-17	4	7.98
68	Aug-15	4	8.31	94	Oct-17	4	8.31
69	Sep-15	4	8.89	95	Nov-17	4	8.89
70	Oct-15	4	8.55	96	Dec-17	4	8.55
71	Nov-15	4	8.49	97	Jan-18	4	8.49
72	Dec-15	4	8.61	98	Feb-18	4	8.61
73	Jan-16	4	8.51	99	Mar-18	4	8.51
74	Feb-16	4	7.92				

**LAMPIRAN A (LANJUTAN)**

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
1	Jan-10	5	8.38	25	Jan-12	5	5.13
2	Feb-10	5	8.46	26	Feb-12	5	4.63
3	Mar-10	5	8.34	27	Mar-12	5	5.08
4	Apr-10	5	8.15	28	Apr-12	5	5.15
5	May-10	5	8.52	29	May-12	5	5.38
6	Jun-10	5	8.01	30	Jun-12	5	5.43
7	Jul-10	5	7.63	31	Jul-12	5	5.34
8	Aug-10	5	7.50	32	Aug-12	5	5.48
9	Sep-10	5	7.43	33	Sep-12	5	5.59
10	Oct-10	5	6.53	34	Oct-12	5	5.44
11	Nov-10	5	6.32	35	Nov-12	5	5.09
12	Dec-10	5	6.70	36	Dec-12	5	4.80
13	Jan-11	5	7.49	37	Jan-13	5	4.62
14	Feb-11	5	8.26	38	Feb-13	5	4.71
15	Mar-11	5	7.91	39	Mar-13	5	4.87
16	Apr-11	5	7.01	40	Apr-13	5	5.00
17	May-11	5	6.89	41	May-13	5	4.95
18	Jun-11	5	6.87	42	Jun-13	5	5.84
19	Jul-11	5	6.64	43	Jul-13	5	7.07
20	Aug-11	5	6.16	44	Aug-13	5	7.50
21	Sep-11	5	6.26	45	Sep-13	5	7.73
22	Oct-11	5	5.85	46	Oct-13	5	7.15
23	Nov-11	5	5.62	47	Nov-13	5	7.65
24	Dec-11	5	5.47	48	Dec-13	5	8.00

**LAMPIRAN A (LANJUTAN)**

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
49	Jan-14	5	8.04	75	Mar-16	5	7.46
50	Feb-14	5	7.91	76	Apr-16	5	7.28
51	Mar-14	5	7.69	77	May-16	5	7.46
52	Apr-14	5	7.55	78	Jun-16	5	7.42
53	May-14	5	7.58	79	Jul-16	5	6.89
54	Jun-14	5	7.68	80	Aug-16	5	6.67
55	Jul-14	5	7.77	81	Sep-16	5	6.73
56	Aug-14	5	7.94	82	Oct-16	5	6.93
57	Sep-14	5	7.95	83	Nov-16	5	7.58
58	Oct-14	5	8.01	84	Dec-16	5	7.63
59	Nov-14	5	7.71	85	Jan-17	5	7.33
60	Dec-14	5	7.78	86	Feb-17	5	7.26
61	Jan-15	5	7.37	87	Mar-17	5	7.09
62	Feb-15	5	6.95	88	Apr-17	5	6.77
63	Mar-15	5	7.18	89	May-17	5	6.74
64	Apr-15	5	7.36	90	Jun-17	5	6.69
65	May-15	5	7.87	91	Jul-17	5	6.81
66	Jun-15	5	8.30	92	Aug-17	5	6.58
67	Jul-15	5	8.16	93	Sep-17	5	6.07
68	Aug-15	5	8.47	94	Oct-17	5	6.28
69	Sep-15	5	8.95	95	Nov-17	5	6.25
70	Oct-15	5	8.63	96	Dec-17	5	6.04
71	Nov-15	5	8.50	97	Jan-18	5	5.76
72	Dec-15	5	8.61	98	Feb-18	5	5.81
73	Jan-16	5	8.53	99	Mar-18	5	6.10
74	Feb-16	5	7.87				

**LAMPIRAN A (LANJUTAN)**

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
1	Jan-10	6	8.52	25	Jan-12	6	5.50
2	Feb-10	6	8.72	26	Feb-12	6	4.91
3	Mar-10	6	8.55	27	Mar-12	6	5.57
4	Apr-10	6	8.29	28	Apr-12	6	5.54
5	May-10	6	8.64	29	May-12	6	5.88
6	Jun-10	6	8.12	30	Jun-12	6	5.99
7	Jul-10	6	7.76	31	Jul-12	6	5.64
8	Aug-10	6	7.69	32	Aug-12	6	5.65
9	Sep-10	6	7.60	33	Sep-12	6	5.71
10	Oct-10	6	6.71	34	Oct-12	6	5.57
11	Nov-10	6	6.66	35	Nov-12	6	5.20
12	Dec-10	6	6.99	36	Dec-12	6	4.95
13	Jan-11	6	7.74	37	Jan-13	6	4.86
14	Feb-11	6	8.45	38	Feb-13	6	4.84
15	Mar-11	6	8.00	39	Mar-13	6	4.95
16	Apr-11	6	7.18	40	Apr-13	6	5.12
17	May-11	6	7.06	41	May-13	6	5.26
18	Jun-11	6	7.05	42	Jun-13	6	6.21
19	Jul-11	6	6.79	43	Jul-13	6	7.45
20	Aug-11	6	6.43	44	Aug-13	6	7.86
21	Sep-11	6	6.49	45	Sep-13	6	8.10
22	Oct-11	6	6.05	46	Oct-13	6	7.41
23	Nov-11	6	5.79	47	Nov-13	6	7.89
24	Dec-11	6	5.67	48	Dec-13	6	8.26

**LAMPIRAN A (LANJUTAN)**

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
49	Jan-14	6	8.29	75	Mar-16	6	7.85
50	Feb-14	6	8.25	76	Apr-16	6	7.47
51	Mar-14	6	7.83	77	May-16	6	7.58
52	Apr-14	6	7.64	78	Jun-16	6	7.47
53	May-14	6	7.67	79	Jul-16	6	6.99
54	Jun-14	6	7.74	80	Aug-16	6	6.79
55	Jul-14	6	7.83	81	Sep-16	6	6.88
56	Aug-14	6	7.98	82	Oct-16	6	7.04
57	Sep-14	6	7.97	83	Nov-16	6	7.69
58	Oct-14	6	8.06	84	Dec-16	6	7.86
59	Nov-14	6	7.76	85	Jan-17	6	7.59
60	Dec-14	6	7.84	86	Feb-17	6	7.56
61	Jan-15	6	7.38	87	Mar-17	6	7.32
62	Feb-15	6	7.00	88	Apr-17	6	7.03
63	Mar-15	6	7.23	89	May-17	6	6.99
64	Apr-15	6	7.37	90	Jun-17	6	6.89
65	May-15	6	7.92	91	Jul-17	6	6.96
66	Jun-15	6	8.34	92	Aug-17	6	6.81
67	Jul-15	6	8.20	93	Sep-17	6	6.34
68	Aug-15	6	8.53	94	Oct-17	6	6.50
69	Sep-15	6	9.07	95	Nov-17	6	6.46
70	Oct-15	6	8.68	96	Dec-17	6	6.22
71	Nov-15	6	8.61	97	Jan-18	6	5.76
72	Dec-15	6	8.73	98	Feb-18	6	6.10
73	Jan-16	6	8.69	99	Mar-18	6	6.60
74	Feb-16	6	8.19				



**LAMPIRAN A (LANJUTAN)**

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
1	Jan-10	7	8.72	25	Jan-12	7	5.61
2	Feb-10	7	8.98	26	Feb-12	7	4.96
3	Mar-10	7	8.74	27	Mar-12	7	5.61
4	Apr-10	7	8.43	28	Apr-12	7	5.58
5	May-10	7	8.71	29	May-12	7	5.91
6	Jun-10	7	8.25	30	Jun-12	7	6.07
7	Jul-10	7	7.91	31	Jul-12	7	5.66
8	Aug-10	7	7.81	32	Aug-12	7	5.69
9	Sep-10	7	7.72	33	Sep-12	7	5.79
10	Oct-10	7	6.90	34	Oct-12	7	5.65
11	Nov-10	7	7.00	35	Nov-12	7	5.28
12	Dec-10	7	7.22	36	Dec-12	7	5.05
13	Jan-11	7	7.99	37	Jan-13	7	5.04
14	Feb-11	7	8.55	38	Feb-13	7	4.95
15	Mar-11	7	8.16	39	Mar-13	7	5.04
16	Apr-11	7	7.47	40	Apr-13	7	5.21
17	May-11	7	7.38	41	May-13	7	5.39
18	Jun-11	7	7.30	42	Jun-13	7	6.35
19	Jul-11	7	7.04	43	Jul-13	7	7.57
20	Aug-11	7	6.69	44	Aug-13	7	7.94
21	Sep-11	7	6.75	45	Sep-13	7	8.18
22	Oct-11	7	6.32	46	Oct-13	7	7.51
23	Nov-11	7	6.12	47	Nov-13	7	8.03
24	Dec-11	7	5.95	48	Dec-13	7	8.35

**LAMPIRAN A (LANJUTAN)**

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
49	Jan-14	7	8.42	75	Mar-16	7	7.92
50	Feb-14	7	8.39	76	Apr-16	7	7.53
51	Mar-14	7	7.95	77	May-16	7	7.69
52	Apr-14	7	7.81	78	Jun-16	7	7.56
53	May-14	7	7.91	79	Jul-16	7	7.04
54	Jun-14	7	7.97	80	Aug-16	7	6.88
55	Jul-14	7	7.99	81	Sep-16	7	6.97
56	Aug-14	7	8.10	82	Oct-16	7	7.12
57	Sep-14	7	8.07	83	Nov-16	7	7.81
58	Oct-14	7	8.16	84	Dec-16	7	7.97
59	Nov-14	7	7.85	85	Jan-17	7	7.75
60	Dec-14	7	7.90	86	Feb-17	7	7.63
61	Jan-15	7	7.48	87	Mar-17	7	7.33
62	Feb-15	7	7.07	88	Apr-17	7	7.07
63	Mar-15	7	7.31	89	May-17	7	7.02
64	Apr-15	7	7.43	90	Jun-17	7	6.90
65	May-15	7	7.99	91	Jul-17	7	6.99
66	Jun-15	7	8.41	92	Aug-17	7	6.96
67	Jul-15	7	8.33	93	Sep-17	7	6.53
68	Aug-15	7	8.71	94	Oct-17	7	6.69
69	Sep-15	7	9.21	95	Nov-17	7	6.66
70	Oct-15	7	8.78	96	Dec-17	7	6.48
71	Nov-15	7	8.69	97	Jan-18	7	6.20
72	Dec-15	7	8.76	98	Feb-18	7	6.35
73	Jan-16	7	8.71	99	Mar-18	7	6.73
74	Feb-16	7	8.22				

**LAMPIRAN A (LANJUTAN)**

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
1	Jan-10	8	9.05	25	Jan-12	8	5.73
2	Feb-10	8	9.44	26	Feb-12	8	5.11
3	Mar-10	8	9.01	27	Mar-12	8	5.76
4	Apr-10	8	8.57	28	Apr-12	8	5.75
5	May-10	8	8.75	29	May-12	8	6.08
6	Jun-10	8	8.36	30	Jun-12	8	6.17
7	Jul-10	8	8.07	31	Jul-12	8	5.76
8	Aug-10	8	7.93	32	Aug-12	8	5.77
9	Sep-10	8	7.87	33	Sep-12	8	5.87
10	Oct-10	8	7.10	34	Oct-12	8	5.73
11	Nov-10	8	7.27	35	Nov-12	8	5.37
12	Dec-10	8	7.45	36	Dec-12	8	5.16
13	Jan-11	8	8.17	37	Jan-13	8	5.15
14	Feb-11	8	8.66	38	Feb-13	8	5.10
15	Mar-11	8	8.23	39	Mar-13	8	5.17
16	Apr-11	8	7.62	40	Apr-13	8	5.32
17	May-11	8	7.52	41	May-13	8	5.48
18	Jun-11	8	7.40	42	Jun-13	8	6.46
19	Jul-11	8	7.17	43	Jul-13	8	7.65
20	Aug-11	8	6.80	44	Aug-13	8	8.00
21	Sep-11	8	6.87	45	Sep-13	8	8.27
22	Oct-11	8	6.39	46	Oct-13	8	7.58
23	Nov-11	8	6.24	47	Nov-13	8	8.12
24	Dec-11	8	6.08	48	Dec-13	8	8.44

**LAMPIRAN A (LANJUTAN)**

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
49	Jan-14	8	8.56	75	Mar-16	8	7.86
50	Feb-14	8	8.51	76	Apr-16	8	7.54
51	Mar-14	8	8.01	77	May-16	8	7.75
52	Apr-14	8	7.87	78	Jun-16	8	7.58
53	May-14	8	7.97	79	Jul-16	8	7.06
54	Jun-14	8	8.03	80	Aug-16	8	6.90
55	Jul-14	8	8.05	81	Sep-16	8	7.04
56	Aug-14	8	8.15	82	Oct-16	8	7.16
57	Sep-14	8	8.10	83	Nov-16	8	7.83
58	Oct-14	8	8.19	84	Dec-16	8	8.04
59	Nov-14	8	7.86	85	Jan-17	8	7.84
60	Dec-14	8	7.93	86	Feb-17	8	7.76
61	Jan-15	8	7.45	87	Mar-17	8	7.51
62	Feb-15	8	7.05	88	Apr-17	8	7.22
63	Mar-15	8	7.31	89	May-17	8	7.18
64	Apr-15	8	7.41	90	Jun-17	8	7.11
65	May-15	8	8.00	91	Jul-17	8	7.16
66	Jun-15	8	8.41	92	Aug-17	8	7.02
67	Jul-15	8	8.30	93	Sep-17	8	6.57
68	Aug-15	8	8.70	94	Oct-17	8	6.74
69	Sep-15	8	9.19	95	Nov-17	8	6.74
70	Oct-15	8	8.79	96	Dec-17	8	6.54
71	Nov-15	8	8.69	97	Jan-18	8	6.27
72	Dec-15	8	8.76	98	Feb-18	8	6.43
73	Jan-16	8	8.73	99	Mar-18	8	6.80
74	Feb-16	8	8.23				

**LAMPIRAN A (LANJUTAN)**

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
1	Jan-10	9	9.36	25	Jan-12	9	5.88
2	Feb-10	9	9.62	26	Feb-12	9	5.23
3	Mar-10	9	9.17	27	Mar-12	9	5.90
4	Apr-10	9	8.66	28	Apr-12	9	5.91
5	May-10	9	8.79	29	May-12	9	6.22
6	Jun-10	9	8.45	30	Jun-12	9	6.34
7	Jul-10	9	8.16	31	Jul-12	9	5.93
8	Aug-10	9	7.97	32	Aug-12	9	5.84
9	Sep-10	9	7.94	33	Sep-12	9	5.94
10	Oct-10	9	7.18	34	Oct-12	9	5.77
11	Nov-10	9	7.39	35	Nov-12	9	5.43
12	Dec-10	9	7.55	36	Dec-12	9	5.22
13	Jan-11	9	8.23	37	Jan-13	9	5.19
14	Feb-11	9	8.73	38	Feb-13	9	5.16
15	Mar-11	9	8.32	39	Mar-13	9	5.22
16	Apr-11	9	7.72	40	Apr-13	9	5.40
17	May-11	9	7.60	41	May-13	9	5.52
18	Jun-11	9	7.46	42	Jun-13	9	6.48
19	Jul-11	9	7.26	43	Jul-13	9	7.67
20	Aug-11	9	6.89	44	Aug-13	9	8.03
21	Sep-11	9	6.98	45	Sep-13	9	8.33
22	Oct-11	9	6.53	46	Oct-13	9	7.65
23	Nov-11	9	6.33	47	Nov-13	9	8.15
24	Dec-11	9	6.15	48	Dec-13	9	8.50

**LAMPIRAN A (LANJUTAN)**

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
49	Jan-14	9	8.65	75	Mar-16	9	8.12
50	Feb-14	9	8.67	76	Apr-16	9	7.66
51	Mar-14	9	8.07	77	May-16	9	7.81
52	Apr-14	9	7.92	78	Jun-16	9	7.69
53	May-14	9	7.99	79	Jul-16	9	7.18
54	Jun-14	9	8.05	80	Aug-16	9	6.97
55	Jul-14	9	8.07	81	Sep-16	9	7.05
56	Aug-14	9	8.17	82	Oct-16	9	7.17
57	Sep-14	9	8.11	83	Nov-16	9	7.80
58	Oct-14	9	8.22	84	Dec-16	9	8.03
59	Nov-14	9	7.88	85	Jan-17	9	7.75
60	Dec-14	9	7.94	86	Feb-17	9	7.59
61	Jan-15	9	7.50	87	Mar-17	9	7.33
62	Feb-15	9	7.07	88	Apr-17	9	7.12
63	Mar-15	9	7.35	89	May-17	9	7.09
64	Apr-15	9	7.50	90	Jun-17	9	6.91
65	May-15	9	8.08	91	Jul-17	9	7.12
66	Jun-15	9	8.46	92	Aug-17	9	7.02
67	Jul-15	9	8.32	93	Sep-17	9	6.57
68	Aug-15	9	8.65	94	Oct-17	9	6.74
69	Sep-15	9	9.17	95	Nov-17	9	6.72
70	Oct-15	9	8.77	96	Dec-17	9	6.55
71	Nov-15	9	8.63	97	Jan-18	9	6.30
72	Dec-15	9	8.68	98	Feb-18	9	6.50
73	Jan-16	9	8.66	99	Mar-18	9	6.82
74	Feb-16	9	8.13				

**LAMPIRAN A (LANJUTAN)**

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
1	Jan-10	10	9.67	25	Jan-12	10	5.86
2	Feb-10	10	9.80	26	Feb-12	10	5.26
3	Mar-10	10	9.31	27	Mar-12	10	5.81
4	Apr-10	10	8.75	28	Apr-12	10	5.91
5	May-10	10	8.93	29	May-12	10	6.32
6	Jun-10	10	8.49	30	Jun-12	10	6.33
7	Jul-10	10	8.19	31	Jul-12	10	5.88
8	Aug-10	10	8.02	32	Aug-12	10	5.89
9	Sep-10	10	7.92	33	Sep-12	10	5.94
10	Oct-10	10	7.24	34	Oct-12	10	5.77
11	Nov-10	10	7.45	35	Nov-12	10	5.44
12	Dec-10	10	7.57	36	Dec-12	10	5.23
13	Jan-11	10	8.41	37	Jan-13	10	5.17
14	Feb-11	10	8.82	38	Feb-13	10	5.24
15	Mar-11	10	8.33	39	Mar-13	10	5.41
16	Apr-11	10	7.75	40	Apr-13	10	5.48
17	May-11	10	7.53	41	May-13	10	5.62
18	Jun-11	10	7.44	42	Jun-13	10	6.57
19	Jul-11	10	7.25	43	Jul-13	10	7.74
20	Aug-11	10	6.86	44	Aug-13	10	8.04
21	Sep-11	10	6.99	45	Sep-13	10	8.32
22	Oct-11	10	6.50	46	Oct-13	10	7.60
23	Nov-11	10	6.37	47	Nov-13	10	8.24
24	Dec-11	10	6.11	48	Dec-13	10	8.50

## LAMPIRAN A (LANJUTAN)

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
49	Jan-14	10	8.71	75	Mar-16	10	7.79
50	Feb-14	10	8.64	76	Apr-16	10	7.51
51	Mar-14	10	8.02	77	May-16	10	7.76
52	Apr-14	10	7.87	78	Jun-16	10	7.62
53	May-14	10	7.97	79	Jul-16	10	7.06
54	Jun-14	10	8.06	80	Aug-16	10	6.90
55	Jul-14	10	8.04	81	Sep-16	10	6.95
56	Aug-14	10	8.20	82	Oct-16	10	7.10
57	Sep-14	10	8.16	83	Nov-16	10	7.75
58	Oct-14	10	8.21	84	Dec-16	10	7.89
59	Nov-14	10	7.85	85	Jan-17	10	7.66
60	Dec-14	10	7.94	86	Feb-17	10	7.56
v 61	Jan-15	10	7.60	87	Mar-17	10	7.30
62	Feb-15	10	7.18	88	Apr-17	10	7.07
63	Mar-15	10	7.36	89	May-17	10	7.04
64	Apr-15	10	7.42	90	Jun-17	10	6.88
65	May-15	10	8.01	91	Jul-17	10	6.97
66	Jun-15	10	8.42	92	Aug-17	10	6.86
67	Jul-15	10	8.30	93	Sep-17	10	6.47
68	Aug-15	10	8.66	94	Oct-17	10	6.64
69	Sep-15	10	9.21	95	Nov-17	10	6.63
70	Oct-15	10	8.75	96	Dec-17	10	6.47
71	Nov-15	10	8.62	97	Jan-18	10	6.22
72	Dec-15	10	8.65	98	Feb-18	10	6.36
73	Jan-16	10	8.56	99	Mar-18	10	6.74
74	Feb-16	10	8.06				



**LAMPIRAN A (LANJUTAN)**

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
1	Jan-10	15	10.38	25	Jan-12	15	6.34
2	Feb-10	15	10.48	26	Feb-12	15	5.73
3	Mar-10	15	9.99	27	Mar-12	15	6.27
4	Apr-10	15	9.46	28	Apr-12	15	6.36
5	May-10	15	9.61	29	May-12	15	6.67
6	Jun-10	15	9.33	30	Jun-12	15	6.69
7	Jul-10	15	9.05	31	Jul-12	15	6.32
8	Aug-10	15	8.58	32	Aug-12	15	6.32
9	Sep-10	15	8.47	33	Sep-12	15	6.31
10	Oct-10	15	7.75	34	Oct-12	15	6.23
11	Nov-10	15	8.37	35	Nov-12	15	5.99
12	Dec-10	15	8.79	36	Dec-12	15	5.88
13	Jan-11	15	9.23	37	Jan-13	15	5.88
14	Feb-11	15	9.66	38	Feb-13	15	5.93
15	Mar-11	15	9.19	39	Mar-13	15	6.08
16	Apr-11	15	8.39	40	Apr-13	15	6.17
17	May-11	15	8.23	41	May-13	15	6.28
18	Jun-11	15	8.15	42	Jun-13	15	7.12
19	Jul-11	15	8.00	43	Jul-13	15	8.08
20	Aug-11	15	7.61	44	Aug-13	15	8.38
21	Sep-11	15	7.43	45	Sep-13	15	8.64
22	Oct-11	15	7.00	46	Oct-13	15	8.05
23	Nov-11	15	6.91	47	Nov-13	15	8.75
24	Dec-11	15	6.69	48	Dec-13	15	9.00

**LAMPIRAN A (LANJUTAN)**

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
49	Jan-14	15	9.21	75	Mar-16	15	8.23
50	Feb-14	15	9.19	76	Apr-16	15	7.78
51	Mar-14	15	8.48	77	May-16	15	7.97
52	Apr-14	15	8.25	78	Jun-16	15	7.85
53	May-14	15	8.45	79	Jul-16	15	7.32
54	Jun-14	15	8.50	80	Aug-16	15	7.24
55	Jul-14	15	8.51	81	Sep-16	15	7.27
56	Aug-14	15	8.60	82	Oct-16	15	7.40
57	Sep-14	15	8.49	83	Nov-16	15	8.10
58	Oct-14	15	8.58	84	Dec-16	15	8.12
59	Nov-14	15	8.18	85	Jan-17	15	7.97
60	Dec-14	15	8.26	86	Feb-17	15	7.91
61	Jan-15	15	7.86	87	Mar-17	15	7.66
62	Feb-15	15	7.37	88	Apr-17	15	7.45
63	Mar-15	15	7.63	89	May-17	15	7.49
64	Apr-15	15	7.74	90	Jun-17	15	7.38
65	May-15	15	8.29	91	Jul-17	15	7.47
66	Jun-15	15	8.63	92	Aug-17	15	7.31
67	Jul-15	15	8.49	93	Sep-17	15	6.97
68	Aug-15	15	9.04	94	Oct-17	15	7.19
69	Sep-15	15	9.47	95	Nov-17	15	7.12
70	Oct-15	15	8.99	96	Dec-17	15	7.04
71	Nov-15	15	8.84	97	Jan-18	15	6.74
72	Dec-15	15	8.82	98	Feb-18	15	6.80
73	Jan-16	15	8.78	99	Mar-18	15	7.03
74	Feb-16	15	8.39				

**LAMPIRAN A (LANJUTAN)**

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
1	Jan-10	20	10.58	25	Jan-12	20	6.87
2	Feb-10	20	10.69	26	Feb-12	20	6.18
3	Mar-10	20	10.47	27	Mar-12	20	6.69
4	Apr-10	20	9.97	28	Apr-12	20	6.76
5	May-10	20	10.11	29	May-12	20	7.05
6	Jun-10	20	9.88	30	Jun-12	20	7.08
7	Jul-10	20	9.60	31	Jul-12	20	6.61
8	Aug-10	20	9.06	32	Aug-12	20	6.63
9	Sep-10	20	8.92	33	Sep-12	20	6.67
10	Oct-10	20	8.11	34	Oct-12	20	6.56
11	Nov-10	20	8.66	35	Nov-12	20	6.29
12	Dec-10	20	9.17	36	Dec-12	20	6.23
13	Jan-11	20	9.78	37	Jan-13	20	6.23
14	Feb-11	20	10.08	38	Feb-13	20	6.22
15	Mar-11	20	9.59	39	Mar-13	20	6.32
16	Apr-11	20	9.01	40	Apr-13	20	6.46
17	May-11	20	8.84	41	May-13	20	6.57
18	Jun-11	20	8.66	42	Jun-13	20	7.35
19	Jul-11	20	8.39	43	Jul-13	20	8.27
20	Aug-11	20	8.01	44	Aug-13	20	8.51
21	Sep-11	20	7.77	45	Sep-13	20	8.77
22	Oct-11	20	7.28	46	Oct-13	20	8.18
23	Nov-11	20	7.33	47	Nov-13	20	8.86
24	Dec-11	20	7.23	48	Dec-13	20	9.08

**LAMPIRAN A (LANJUTAN)**

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
49	Jan-14	20	9.20	75	Mar-16	20	8.24
50	Feb-14	20	9.25	76	Apr-16	20	7.80
51	Mar-14	20	8.58	77	May-16	20	7.97
52	Apr-14	20	8.42	78	Jun-16	20	7.86
53	May-14	20	8.54	79	Jul-16	20	7.43
54	Jun-14	20	8.67	80	Aug-16	20	7.34
55	Jul-14	20	8.69	81	Sep-16	20	7.37
56	Aug-14	20	8.85	82	Oct-16	20	7.55
57	Sep-14	20	8.69	83	Nov-16	20	8.17
58	Oct-14	20	8.70	84	Dec-16	20	8.15
59	Nov-14	20	8.29	85	Jan-17	20	8.10
60	Dec-14	20	8.36	86	Feb-17	20	8.13
61	Jan-15	20	7.90	87	Mar-17	20	7.91
62	Feb-15	20	7.43	88	Apr-17	20	7.70
63	Mar-15	20	7.68	89	May-17	20	7.75
64	Apr-15	20	7.78	90	Jun-17	20	7.57
65	May-15	20	8.31	91	Jul-17	20	7.71
66	Jun-15	20	8.59	92	Aug-17	20	7.45
67	Jul-15	20	8.53	93	Sep-17	20	7.16
68	Aug-15	20	9.04	94	Oct-17	20	7.33
69	Sep-15	20	9.44	95	Nov-17	20	7.25
70	Oct-15	20	9.04	96	Dec-17	20	7.19
71	Nov-15	20	8.90	97	Jan-18	20	6.96
72	Dec-15	20	8.86	98	Feb-18	20	7.09
73	Jan-16	20	8.82	99	Mar-18	20	7.37
74	Feb-16	20	8.43				

**LAMPIRAN A (LANJUTAN)**

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
1	Jan-10	30	10.76	25	Jan-12	30	7.14
2	Feb-10	30	10.82	26	Feb-12	30	6.31
3	Mar-10	30	10.67	27	Mar-12	30	6.42
4	Apr-10	30	10.21	28	Apr-12	30	6.42
5	May-10	30	10.33	29	May-12	30	6.57
6	Jun-10	30	10.17	30	Jun-12	30	6.84
7	Jul-10	30	9.99	31	Jul-12	30	6.58
8	Aug-10	30	9.40	32	Aug-12	30	6.57
9	Sep-10	30	9.23	33	Sep-12	30	6.52
10	Oct-10	30	8.49	34	Oct-12	30	6.50
11	Nov-10	30	8.90	35	Nov-12	30	6.46
12	Dec-10	30	9.47	36	Dec-12	30	6.38
13	Jan-11	30	10.13	37	Jan-13	30	6.41
14	Feb-11	30	10.38	38	Feb-13	30	6.39
15	Mar-11	30	9.99	39	Mar-13	30	6.39
16	Apr-11	30	9.43	40	Apr-13	30	6.50
17	May-11	30	9.23	41	May-13	30	6.58
18	Jun-11	30	9.16	42	Jun-13	30	7.41
19	Jul-11	30	8.90	43	Jul-13	30	8.39
20	Aug-11	30	8.36	44	Aug-13	30	8.80
21	Sep-11	30	8.01	45	Sep-13	30	9.06
22	Oct-11	30	7.51	46	Oct-13	30	8.42
23	Nov-11	30	7.55	47	Nov-13	30	9.04
24	Dec-11	30	7.43	48	Dec-13	30	9.30

**LAMPIRAN A (LANJUTAN)**

No	Date	Tenor	Harga	No	Date	Tenor	Harga
49	Jan-14	30	9.41	75	Mar-16	30	8.60
50	Feb-14	30	9.45	76	Apr-16	30	8.17
51	Mar-14	30	8.79	77	May-16	30	8.17
52	Apr-14	30	8.67	78	Jun-16	30	8.19
53	May-14	30	8.72	79	Jul-16	30	7.74
54	Jun-14	30	8.81	80	Aug-16	30	7.58
55	Jul-14	30	8.92	81	Sep-16	30	7.62
56	Aug-14	30	9.06	82	Oct-16	30	7.73
57	Sep-14	30	8.93	83	Nov-16	30	8.41
58	Oct-14	30	8.98	84	Dec-16	30	8.59
59	Nov-14	30	8.61	85	Jan-17	30	8.56
60	Dec-14	30	8.66	86	Feb-17	30	8.46
61	Jan-15	30	8.24	87	Mar-17	30	8.29
62	Feb-15	30	7.75	88	Apr-17	30	8.00
63	Mar-15	30	7.95	89	May-17	30	8.01
64	Apr-15	30	8.07	90	Jun-17	30	7.88
65	May-15	30	8.60	91	Jul-17	30	7.94
66	Jun-15	30	8.88	92	Aug-17	30	7.88
67	Jul-15	30	8.73	93	Sep-17	30	7.53
68	Aug-15	30	9.26	94	Oct-17	30	7.48
69	Sep-15	30	9.70	95	Nov-17	30	7.44
70	Oct-15	30	9.30	96	Dec-17	30	7.25
71	Nov-15	30	9.21	97	Jan-18	30	7.11
72	Dec-15	30	9.22	98	Feb-18	30	7.12
73	Jan-16	30	9.12	99	Mar-18	30	7.39
74	Feb-16	30	8.80				

**LAMPIRAN B**  
**Tabel  $\beta_1, \beta_2$  dan  $\beta_3$**

t	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
1	11.69599063	-5.540451137	-1.324719944
2	11.87201683	-4.712825885	-2.479666553
3	11.64642814	-4.499448695	-3.112150511
4	10.99439961	-4.243913226	-2.54144573
5	10.91195177	-4.370592633	-1.191286077
6	10.96368845	-4.231988571	-3.02409357
7	10.80995201	-4.43098829	-3.341471344
8	9.821317723	-4.010541746	-0.974438393
9	9.614131418	-3.720010536	-0.874557931
10	9.038698318	-3.458639631	-2.109038137
11	9.762971244	-5.581121099	-1.273400353
12	10.59600408	-5.291692379	-3.771342955
13	10.91787888	-5.587732628	-1.823923269
14	11.02566876	-4.477289544	-1.764121412
15	10.57316918	-4.39283354	-1.821173795
16	10.20272935	-4.281473619	-3.237730316
17	9.933500171	-4.29845323	-2.709096462
18	9.769752589	-4.32468054	-2.393990823
19	9.437551563	-4.722381866	-1.415548841
20	8.821161168	-5.039896092	-0.07741989
21	8.390992827	-4.062643942	0.172258893
22	8.055651518	-3.111395256	-1.62704012
23	8.24514975	-3.442231618	-2.45267139
24	8.086832726	-3.579394883	-2.278864837
25	7.74787229	-3.425840682	-2.336641563

## LAMPIRAN B (LANJUTAN)

t	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
26	6.835536126	-3.309667561	-1.364399696
27	6.938785986	-3.444387334	0.477942979
28	6.990779628	-3.587729909	0.598039932
29	7.186839912	-3.66789636	1.088263604
30	7.381250444	-3.451308635	0.404704086
31	7.020124177	-2.800147872	-0.418382865
32	7.03175734	-2.380528847	-0.962797482
33	6.955129144	-2.159212327	-0.745188294
34	6.955477366	-2.262171441	-1.093975778
35	6.945059453	-2.50207563	-1.907966308
36	7.003656318	-2.885922647	-2.383801513
37	7.081725761	-3.150540765	-2.492936281
38	7.066013136	-3.321489767	-2.218845011
39	7.081044562	-3.51287713	-1.652947287
40	7.131737124	-3.602745148	-1.184410628
41	7.275336698	-3.509929693	-1.464759713
42	8.077689925	-2.87695174	-1.902662319
43	8.772688384	-2.550726624	-0.594177658
44	8.994519878	-2.569217809	-0.008315936
45	9.213319562	-2.866050881	0.563383894
46	8.595486302	-2.941947139	0.560507199
47	9.332444294	-3.369254455	0.492827846
48	9.49808304	-3.088949221	0.664833142
49	9.611848891	-3.500510209	1.263385295
50	9.614939527	-4.181384822	2.082385171



# LAMPIRAN B (LANJUTAN)

t	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
51	9.065517218	-2.390427377	-0.403645688
52	8.872343636	-2.379930474	-0.253246988
53	8.978727064	-2.614154076	-0.002167161
54	9.07882468	-2.783409667	0.135555274
55	9.150932179	-2.645941011	-0.178105757
56	9.298475661	-2.518807297	-0.408167887
57	9.046970788	-2.41392863	0.216535779
58	9.051627415	-2.354957706	0.409422968
59	8.546349553	-2.15544372	0.82959639
60	8.596030535	-2.244183847	1.025297076
61	8.387097367	-1.68680027	-0.683137074
62	7.848872437	-1.527384311	-0.485345786
63	8.042817991	-1.668473391	-0.125073206
64	8.091373043	-1.503504982	-0.020050971
65	8.624544318	-1.60802971	0.184429406
66	8.707406237	-1.746976954	1.578651783
67	8.566610886	-1.963175943	1.948956098
68	9.21627795	-2.444371441	1.635080214
69	9.574366928	-2.247147862	1.890960829
70	9.163159345	-1.806365814	1.313808202
71	9.01538894	-1.737341818	1.380965607
72	8.895669193	-1.6397088	1.915840723
73	8.742304904	-1.887383328	2.659276162
74	8.357634913	-2.768836807	3.561040817
75	8.635970171	-1.946784514	0.203644966

## LAMPIRAN B (LANJUTAN)

t	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
76	8.160466077	-1.613270734	0.139646502
77	8.205282984	-1.924766987	0.958088866
78	8.206505758	-1.734970982	0.310138305
79	7.829656304	-1.513067158	-0.492632625
80	7.785634773	-1.678288594	-0.757996153
81	7.763590342	-1.609265514	-0.478490812
82	7.848844886	-1.638980208	-0.17336816
83	8.444006705	-1.937181715	0.506449102
84	8.475708802	-1.723599563	0.62265012
85	8.604439672	-2.098496061	-0.196663676
86	8.601984211	-2.049492651	-0.576891377
87	8.442839557	-1.957251027	-1.003183013
88	8.227289244	-2.000130552	-1.098731949
89	8.328037498	-1.975520533	-1.594829438
90	8.136452985	-1.887555336	-1.432045237
91	8.188452092	-1.942797076	-1.128855257
92	8.044359065	-2.104639982	-0.902446716
93	7.862951443	-2.272518774	-1.615846642
94	7.838983732	-2.249470781	-0.934166947
95	7.731275469	-2.335331909	-0.527188079
96	7.671246077	-2.54590054	-0.671915464
97	7.541451627	-2.635156684	-1.090924753
98	7.510191691	-2.712150345	-0.337556212
99	7.647888009	-2.638235765	0.378811188

**LAMPIRAN C**  
**Tabel *Return*  $\beta_2$  Harga *yield* Obligasi SBN**

No	$\beta_2$	<i>Return</i>
1	-5.540451137	-0.149378675
2	-4.712825885	-0.045275848
3	-4.499448695	-0.056792618
4	-4.243913226	0.029849669
5	-4.370592633	-0.031712876
6	-4.231988571	0.047022745
7	-4.43098829	-0.094887758
8	-4.010541746	-0.072441887
9	-3.720010536	-0.070260797
10	-3.458639631	0.613675229
11	-5.581121099	-0.051858527
12	-5.291692379	0.055944342
13	-5.587732628	-0.198728743
14	-4.477289544	-0.018863199
15	-4.39283354	-0.025350362
16	-4.281473619	0.003965834
17	-4.29845323	0.006101569
18	-4.32468054	0.091960856
19	-4.722381866	0.067236034
20	-5.039896092	-0.193903234
21	-4.062643942	-0.234145226
22	-3.111395256	0.106330548
23	-3.442231618	0.039847192
24	-3.579394883	-0.042899486
25	-3.425840682	-0.033910836

## LAMPIRAN C (LANJUTAN)

No	$\beta_2$	<i>Return</i>
26	-3.309667561	0.040704926
27	-3.444387334	0.041616276
28	-3.587729909	0.022344617
29	-3.66789636	-0.059049576
30	-3.451308635	-0.188670685
31	-2.800147872	-0.149856023
32	-2.380528847	-0.092969476
33	-2.159212327	0.047683645
34	-2.262171441	0.106050402
35	-2.50207563	0.153411437
36	-2.885922647	0.091692727
37	-3.150540765	0.05426021
38	-3.321489767	0.05762094
39	-3.51287713	0.025582454
40	-3.602745148	-0.025762426
41	-3.509929693	-0.180339211
42	-2.87695174	-0.113392627
43	-2.550726624	0.007249379
44	-2.569217809	0.115534413
45	-2.866050881	0.026481127
46	-2.941947139	0.145246429
47	-3.369254455	-0.083195032
48	-3.088949221	0.133236566
49	-3.500510209	0.19450725
50	-4.181384822	-0.428316819

## LAMPIRAN C (LANJUTAN)

No	$\beta_2$	<i>Return</i>
51	-2.390427377	-0.004391225
52	-2.379930474	0.098416153
53	-2.614154076	0.064745836
54	-2.783409667	-0.049388582
55	-2.645941011	-0.048048582
56	-2.518807297	-0.041638226
57	-2.41392863	-0.02442944
58	-2.354957706	-0.084720836
59	-2.15544372	0.041170236
60	-2.244183847	-0.248368055
61	-1.68680027	-0.094507905
62	-1.527384311	0.092373006
63	-1.668473391	-0.098873863
64	-1.503504982	0.069520706
65	-1.60802971	0.086408381
66	-1.746976954	0.123756062
67	-1.963175943	0.245110735
68	-2.444371441	-0.080684783
69	-2.247147862	-0.196151778
70	-1.806365814	-0.038211527
71	-1.737341818	-0.056196781
72	-1.6397088	0.151047874
73	-1.887383328	0.467024089
74	-2.768836807	-0.296894454
75	-1.946784514	-0.171315201

## LAMPIRAN C (LANJUTAN)

No	$\beta_2$	<i>Return</i>
76	-1.613270734	0.193083682
77	-1.924766987	-0.098607263
78	-1.734970982	-0.127900597
79	-1.513067158	0.109196367
80	-1.678288594	-0.041127062
81	-1.609265514	0.018464755
82	-1.638980208	0.181943325
83	-1.937181715	-0.110254062
84	-1.723599563	0.217507887
85	-2.098496061	-0.023351681
86	-2.049492651	-0.045007053
87	-1.957251027	0.021908036
88	-2.000130552	-0.012304206
89	-1.975520533	-0.044527604
90	-1.887555336	0.029266289
91	-1.942797076	0.083304071
92	-2.104639982	0.079766038
93	-2.272518774	-0.010142047
94	-2.249470781	0.038169479
95	-2.335331909	0.090166469
96	-2.54590054	0.035058771
97	-2.635156684	0.029217868
98	-2.712150345	-0.027253128
99	-2.638235765	

**LAMPIRAN D**  
**Tabel Nilai Kritis Uji *Kolmogorov-Smirnov***

n	$\alpha = 0,20$	$\alpha = 0,10$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,02$	$\alpha = 0,01$
1	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995
2	0,684	0,776	0,842	0,900	0,929
3	0,565	0,636	0,708	0,785	0,829
4	0,493	0,565	0,624	0,689	0,734
5	0,447	0,509	0,563	0,627	0,669
6	0,410	0,468	0,519	0,577	0,617
7	0,381	0,436	0,483	0,538	0,576
8	0,359	0,410	0,454	0,507	0,542
9	0,339	0,387	0,430	0,480	0,513
10	0,323	0,369	0,409	0,457	0,486
11	0,308	0,352	0,391	0,437	0,468
12	0,296	0,338	0,375	0,419	0,449
13	0,285	0,325	0,361	0,404	0,432
14	0,275	0,314	0,349	0,390	0,418
15	0,266	0,304	0,338	0,377	0,404
16	0,258	0,295	0,327	0,366	0,392
17	0,250	0,286	0,318	0,355	0,381
18	0,244	0,279	0,309	0,346	0,371
19	0,237	0,271	0,301	0,337	0,361
20	0,232	0,265	0,294	0,329	0,352
21	0,226	0,259	0,287	0,321	0,344
22	0,221	0,253	0,281	0,314	0,337
23	0,216	0,247	0,275	0,307	0,330
24	0,212	0,242	0,269	0,301	0,323
25	0,208	0,238	0,264	0,295	0,317

## LAMPIRAN D (LANJUTAN)

n	$\alpha = 0,20$	$\alpha = 0,10$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,02$	$\alpha = 0,01$
26	0,204	0,233	0,259	0,290	0,311
27	0,200	0,229	0,254	0,284	0,305
28	0,197	0,225	0,250	0,279	0,300
29	0,193	0,221	0,246	0,275	0,295
30	0,190	0,218	0,242	0,270	0,290
35	0,177	0,202	0,224	0,251	0,269
40	0,165	0,189	0,210	0,235	0,252
45	0,156	0,179	0,198	0,222	0,238
50	0,148	0,170	0,188	0,211	0,226
55	0,142	0,162	0,180	0,201	0,216
60	0,136	0,155	0,172	0,193	0,207
65	0,131	0,149	0,166	0,185	0,199
70	0,126	0,144	0,160	0,179	0,192
75	0,122	0,139	0,154	0,173	0,185
80	0,118	0,135	0,150	0,167	0,179
85	0,114	0,131	0,145	0,162	0,174
90	0,111	0,127	0,141	0,158	0,169
95	0,108	0,124	0,137	0,154	0,165
100	0,106	0,121	0,134	0,150	0,161
110	0,102	0,116	0,129	0,145	0,155
120	0,098	0,111	0,123	0,139	0,149
125	0,096	0,109	0,121	0,136	0,146
Pendekatan					
n	$1,07/\sqrt{n}$	$1,22/\sqrt{n}$	$1,36/\sqrt{n}$	$1,52/\sqrt{n}$	$1,63/\sqrt{n}$



**LAMPIRAN E**  
**Uji Normalitas *Return*  $\beta_2$  yield**

No	<i>Return</i> dari kecil-besar	$F_0(X)$	$S_N(X)$	$ F_0(X) - S_N(X) $
1	-0.428316	0.000961	0.010204	0.009243
2	-0.296894	0.015611	0.020408	0.004797
3	-0.248368	0.035596	0.030612	0.004984
4	-0.234145	0.044409	0.040816	0.003592
5	-0.198728	0.074056	0.051020	0.023036
6	-0.196151	0.076697	0.061224	0.015472
7	-0.193903	0.079059	0.071428	0.007631
8	-0.188670	0.084769	0.081632	0.003137
9	-0.180339	0.094491	0.091836	0.002654
10	-0.171315	0.105922	0.102040	0.003881
11	-0.149856	0.137034	0.112244	0.024789
12	-0.149378	0.137791	0.122448	0.015342
13	-0.127900	0.174794	0.132653	0.042141
14	-0.113392	0.203057	0.142857	0.060200
15	-0.110254	0.209512	0.153061	0.056451
16	-0.098873	0.23391	0.163265	0.070643
17	-0.098607	0.234498	0.173469	0.061028
18	-0.094887	0.242811	0.183673	0.059138
19	-0.094507	0.243669	0.193877	0.049792
20	-0.092969	0.247161	0.204081	0.0430794
21	-0.084720	0.266327	0.214285	0.052041
22	-0.083195	0.269953	0.224489	0.045463
23	-0.080684	0.275972	0.234693	0.0412785

## LAMPIRAN E (LANJUTAN)

No	<i>Return</i> dari kecil-besar	$F_0(X)$	$S_N(X)$	$ F_0(X) - S_N(X) $
24	-0.072441	0.296187	0.244897	0.051289
25	-0.070260	0.301648	0.255102	0.046545
26	-0.059049	0.330400	0.265306	0.065094
27	-0.056792	0.336319	0.275510	0.060809
28	-0.056196	0.337889	0.285714	0.052174
29	-0.051858	0.349399	0.295918	0.053481
30	-0.049388	0.356016	0.306122	0.049893
31	-0.048048	0.359624	0.316326	0.043297
32	-0.045275	0.367129	0.326530	0.040599
33	-0.045007	0.367860	0.336734	0.031125
34	-0.044527	0.369163	0.346938	0.022225
35	-0.042899	0.373602	0.357142	0.016460
36	-0.041638	0.377053	0.367346	0.009706
37	-0.041127	0.378454	0.377551	0.000903
38	-0.038211	0.386476	0.387755	0.001278
39	-0.033910	0.398397	0.397959	0.000438
40	-0.031712	0.404528	0.408163	0.003635
41	-0.027253	0.417037	0.418367	0.001329
42	-0.025762	0.421238	0.428571	0.007333
43	-0.025350	0.422401	0.438775	0.016374
44	-0.024429	0.425002	0.478260	0.053258
45	-0.023351	0.428050	0.459183	0.031133
46	-0.018863	0.440789	0.469387	0.028597

### LAMPIRAN E (LANJUTAN)

No	<i>Return</i> dari kecil-besar	$F_0(X)$	$S_N(X)$	$ F_0(X) - S_N(X) $
47	-0.012304	0.459512	0.479591	0.020078
48	-0.010142	0.465706	0.489795	0.024089
49	-0.004391	0.482217	0.500000	0.017782
50	0.003965	0.506257	0.510204	0.003946
51	0.006101	0.512400	0.520408	0.008007
52	0.007249	0.515701	0.530612	0.014910
53	0.018464	0.547860	0.540816	0.007043
54	0.021908	0.557680	0.551020	0.006660
55	0.022344	0.558923	0.561224	0.002301
56	0.025582	0.568121	0.571428	0.003307
57	0.026481	0.570667	0.581632	0.010964
58	0.029217	0.578404	0.591836	0.013432
59	0.029266	0.578540	0.602040	0.023499
60	0.029849	0.580186	0.612244	0.032058
61	0.035058	0.594811	0.622448	0.027637
62	0.038169	0.603484	0.632653	0.029169
63	0.039847	0.608140	0.642857	0.034716
64	0.040704	0.610515	0.653061	0.042546
65	0.041170	0.611801	0.663265	0.051463
66	0.041616	0.613033	0.673469	0.060435
67	0.047022	0.627874	0.683673	0.055799
68	0.047683	0.629676	0.693877	0.064201
69	0.054260	0.647443	0.704081	0.056637

## LAMPIRAN E (LANJUTAN)

No	<i>Return</i> dari kecil-besar	$F_0(X)$	$S_N(X)$	$ F_0(X) - S_N(X) $
70	0.055944	0.651944	0.714285	0.062341
71	0.057620	0.656403	0.724489	0.068086
72	0.064745	0.675105	0.734693	0.059588
73	0.067236	0.681541	0.744897	0.063356
74	0.069520	0.687399	0.755102	0.067702
75	0.079766	0.713073	0.765306	0.052232
76	0.083304	0.721701	0.775510	0.053808
77	0.086408	0.729166	0.785714	0.056547
78	0.090166	0.738067	0.795918	0.057851
79	0.091692	0.741638	0.806122	0.064483
80	0.091960	0.742263	0.816326	0.074062
81	0.092373	0.743222	0.826530	0.083307
82	0.098416	0.757066	0.836734	0.079667
83	0.106050	0.773962	0.846938	0.072976
84	0.106330	0.774569	0.857142	0.082573
85	0.109196	0.780726	0.867346	0.086620
86	0.115534	0.793995	0.877551	0.083555
87	0.123756	0.810478	0.887755	0.077276
88	0.133236	0.828444	0.897959	0.069514
89	0.145246	0.849585	0.908163	0.058577
90	0.151047	0.859147	0.918367	0.059219
91	0.153411	0.862922	0.928571	0.065648
92	0.181943	0.903084	0.938775	0.035690

**LAMPIRAN E (LANJUTAN)**

No	<i>Return</i> dari kecil-besar	$F_0(X)$	$S_N(X)$	$ F_0(X) - S_N(X) $
93	0.193083	0.916157	0.948979	0.032822
94	0.194507	0.917727	0.959183	0.041456
95	0.217507	0.940126	0.969387	0.029261
96	0.245110	0.960363	0.979591	0.019228
97	0.467024	0.999603	0.989795	0.009807
98	0.613675	0.999994	1	5.09386E-06

*Halaman ini sengaja dikosongkan.*

## LAMPIRAN F

### Estimasi Parameter

$t$	$t - 1$	Tanggal	$r_{t-1}$	$r_{(t-1)}^2$	$r_t^2$	$r_t r_{(t-1)}$
1	0	Jan-10	-5.54	30.70	-	-
2	1	Feb-10	-4.71	22.21	22.21	26.11
3	2	Mar-10	-4.50	20.25	20.25	21.21
4	3	Apr-10	-4.24	18.01	18.01	19.10
5	4	May-10	-4.37	19.10	19.10	18.55
6	5	Jun-10	-4.23	17.91	17.91	18.50
7	6	Jul-10	-4.43	19.63	19.63	18.75
8	7	Aug-10	-4.01	16.08	16.08	17.77
9	8	Sep-10	-3.72	13.84	13.84	14.92
10	9	Oct-10	-3.46	11.96	11.96	12.87
11	10	Nov-10	-5.58	31.15	31.15	19.30
12	11	Dec-10	-5.29	28.00	28.00	29.53
13	12	Jan-11	-5.59	31.22	31.22	29.57
14	13	Feb-11	-4.48	20.05	20.05	25.02
15	14	Mar-11	-4.39	19.30	19.30	19.67
16	15	Apr-11	-4.28	18.33	18.33	18.81
17	16	May-11	-4.30	18.48	18.48	18.40
18	17	Jun-11	-4.32	18.70	18.70	18.59
19	18	Jul-11	-4.72	22.30	22.30	20.42
20	19	Aug-11	-5.04	25.40	25.40	23.80
21	20	Sep-11	-4.06	16.51	16.51	20.48
22	21	Oct-11	-3.11	9.68	9.68	12.64
23	22	Nov-11	-3.44	11.85	11.85	10.71
24	23	Dec-11	-3.58	12.81	12.81	12.32
25	24	Jan-12	-3.43	11.74	11.74	12.26

## LAMPIRAN F (LANJUTAN)

$t$	$t - 1$	Tanggal	$r_{t-1}$	$r_{(t-1)}^2$	$r_t^2$	$r_t r_{(t-1)}$
26	25	Feb-12	-3.31	10.95	10.95	11.34
27	26	Mar-12	-3.44	11.86	11.86	11.40
28	27	Apr-12	-3.59	12.87	12.87	12.36
29	28	May-12	-3.67	13.45	13.45	13.16
30	29	Jun-12	-3.45	11.91	11.91	12.66
31	30	Jul-12	-2.80	7.84	7.84	9.66
32	31	Aug-12	-2.38	5.67	5.67	6.67
33	32	Sep-12	-2.16	4.66	4.66	5.14
34	33	Oct-12	-2.26	5.12	5.12	4.88
35	34	Nov-12	-2.50	6.26	6.26	5.66
36	35	Dec-12	-2.89	8.33	8.33	7.22
37	36	Jan-13	-3.15	9.93	9.93	9.09
38	37	Feb-13	-3.32	11.03	11.03	10.46
39	38	Mar-13	-3.51	12.34	12.34	11.67
40	39	Apr-13	-3.60	12.98	12.98	12.66
41	40	May-13	-3.51	12.32	12.32	12.65
42	41	Jun-13	-2.88	8.28	8.28	10.10
43	42	Jul-13	-2.55	6.51	6.51	7.34
44	43	Aug-13	-2.57	6.60	6.60	6.55
45	44	Sep-13	-2.87	8.21	8.21	7.36
46	45	Oct-13	-2.94	8.66	8.66	8.43
47	46	Nov-13	-3.37	11.35	11.35	9.91
48	47	Dec-13	-3.09	9.54	9.54	10.41
49	48	Jan-14	-3.50	12.25	12.25	10.81
50	49	Feb-14	-4.18	17.48	17.48	14.64
51	50	Mar-14	-2.39	5.71	5.71	10.00



# **LAMPIRAN F (LANJUTAN)**

$t$	$t - 1$	Tanggal	$r_{t-1}$	$r_{(t-1)}^2$	$r_t^2$	$r_t r_{(t-1)}$
52	51	Apr-14	-2.38	5.66	5.66	5.69
53	52	May-14	-2.61	6.83	6.83	6.22
54	53	Jun-14	-2.78	7.75	7.75	7.28
55	54	Jul-14	-2.65	7.00	7.00	7.36
56	55	Aug-14	-2.52	6.34	6.34	6.66
57	56	Sep-14	-2.41	5.83	5.83	6.08
58	57	Oct-14	-2.35	5.55	5.55	5.68
59	58	Nov-14	-2.16	4.65	4.65	5.08
60	59	Dec-14	-2.24	5.04	5.04	4.84
61	60	Jan-15	-1.69	2.85	2.85	3.79
62	61	Feb-15	-1.53	2.33	2.33	2.58
63	62	Mar-15	-1.67	2.78	2.78	2.55
64	63	Apr-15	-1.50	2.26	2.26	2.51
65	64	May-15	-1.61	2.59	2.59	2.42
66	65	Jun-15	-1.75	3.05	3.05	2.81
67	66	Jul-15	-1.96	3.85	3.85	3.43
68	67	Aug-15	-2.44	5.97	5.97	4.80
69	68	Sep-15	-2.25	5.05	5.05	5.49
70	69	Oct-15	-1.81	3.26	3.26	4.06
71	70	Nov-15	-1.74	3.02	3.02	3.14
72	71	Dec-15	-1.64	2.69	2.69	2.85
73	72	Jan-16	-1.89	3.56	3.56	3.09
74	73	Feb-16	-2.77	7.67	7.67	5.23
75	74	Mar-16	-1.95	3.79	3.79	5.39
76	75	Apr-16	-1.61	2.60	2.60	3.14
77	76	May-16	-1.92	3.70	3.70	3.11

## LAMPIRAN F (LANJUTAN)

$t$	$t - 1$	Tanggal	$r_{t-1}$	$r_{(t-1)}^2$	$r_t^2$	$r_t r_{(t-1)}$
78	77	Jun-16	-1.73	3.01	3.01	3.34
79	78	Jul-16	-1.51	2.29	2.29	2.63
80	79	Aug-16	-1.68	2.82	2.82	2.54
81	80	Sep-16	-1.61	2.59	2.59	2.70
82	81	Oct-15	-1.64	2.69	2.69	2.64
83	82	Nov-15	-1.94	3.75	3.75	3.18
84	83	Dec-15	-1.72	2.97	2.97	3.34
85	84	Jan-16	-2.10	4.40	4.40	3.62
86	85	Feb-16	-2.05	4.20	4.20	4.30
87	86	Mar-16	-1.96	3.83	3.83	4.01
88	87	Apr-16	-2.00	4.00	4.00	3.91
89	88	May-16	-1.98	3.90	3.90	3.95
90	89	Jun-16	-1.89	3.56	3.56	3.73
91	90	Jul-16	-1.94	3.77	3.77	3.67
92	91	Aug-16	-2.10	4.43	4.43	4.09
93	92	Sep-16	-2.27		5.16	4.78
			-272.677	905.234	-879.701	883.197

**LAMPIRAN G**  
**Data Hasil Prediksi Nilai  $\beta_2$  *yield* Model Diebold**  
**Li pada April 2018 sampai Desember 2018**

No	t	Tanggal	$\beta_2$
1	100	April 2018	-2.63824
2	101	Mei 2018	-2.48687
3	102	Juni 2018	-2.53691
4	103	Juli 2018	-2.08842
5	104	Agustus 2018	-2.63908
6	105	September 2018	-2.42795
7	106	Oktober 2018	-2.51845
8	107	Nopember 2018	-2.83355
9	108	Desember 2018	-2.94063

*Halaman ini sengaja dikosongkan.*

**LAMPIRAN H**  
***Listing* Program Matlab Nilai Parameter Model**  
**Diebold Li**

```
% % input tabel
y=xlsread('DATABARU');
% inisialisasi minError sebagai acuan nilai
% lambda minimum pada t

minError=1000;
indeks=0;
% acuan indeks

for t=1:99

    %ambil matriks baris ke-t dan transpose
    matriksz=y ;
    matriksy=transpose(matriksz);

    % buat matriks H (untuk lambda)
    H=zeros(10,3);

    % loop untuk lambda 0.1 s/d 1 (selisih 10^-4)
    for i=0.1:0.01:1
        i=0.29; %lambda with minimum error.
        format longg;
        %nilai elemen matriks kolom ke 2 dan 3
        for j=1:10
            a(j)=1;
            b(j)=(1-exp(-i*j))/(i*j);
            c(j)=((1-exp(-i*j))/(i*j))-exp(-i*j);
```

```

%isi matriks per-kolom dengan elemen 1, a, b
H(j,1)=1;
H(j,2)=b(j);
H(j,3)=c(j);
end

j1=15;
a(11)=1;
b(11)=(1-exp(-i*j1))/(i*j1);
c(11)=((1-exp(-i*j1))/(i*j1))-exp(-i*j1);

%isi matriks per-kolom dengan elemen 1, a, b
H(11,1)=1;
H(11,2)=b(11);
H(11,3)=c(11);
j1=20;
a(12)=1;
b(12)=(1-exp(-i*j1))/(i*j1);
c(12)=((1-exp(-i*j1))/(i*j1))-exp(-i*j1);

%isi matriks per-kolom dengan elemen 1, a, b
H(12,1)=1;
H(12,2)=b(12);
H(12,3)=c(12);
j1=30;
a(13)=1;
b(13)=(1-exp(-i*j1))/(i*j1);
c(13)=((1-exp(-i*j1))/(i*j1))-exp(-i*j1);

```

```

%isi matriks per-kolom dengan elemen 1, a, b
H(13,1)=1;
H(13,2)=b(13);
H(13,3)=c(13);

%invers dari H
HP=inv(H'*H);
Hinvers=HP*H';

%Beta topi
beta_hat=Hinvers*matriksy;

% Y topi
y_hat=H*beta_hat;
Ytopi=y_hat';

% matriks e
e=abs(Ytopi-y);

% ambil nilai minimum dari =matriks e
minE=min(e);

% apabila nilai minimum lebih kecil dari sebelumnya
if minE<minError
    % ganti nilai minimum
    minError=minE;
    % catat indeks
    indeks=i;
end

```

---

*Halaman ini sengaja dikosongkan.*



**LAMPIRAN I**  
***Listing* Program Matlab Prediksi  $\beta_2$  Diebold-Li**  
**dengan PDS Vasicek**

```
clear;
clc;

data= xlsread('BETAFIX');

alpha=0.1571;
theta=-2.7639;
sigma=0.3382;

dt=1/1;
data_awal = data(1:93);
data_kedua= data(93:99);
n=length(data_kedua);

Forecast(1)=data_awal(93);

for i=2:n
    jml=0;
    for s=i-1:i

        jml=jml+(exp(alpha*s)*randn*sqrt(dt));
    end
    Forecast(i)=(Forecast(i-1)*exp(-alpha*(dt))
    +theta*(1-exp(-alpha*(dt)))+sigma*exp(-alpha*i)*jml);
end
Forecast';
```

```

for i=1:1000
    peramalan(1)=data_awal(93);
    t(1)=1;
for j=2:n
    jml=0;
    for s=j-1:j
        jml=jml+(exp(alpha*s)*randn*sqrt(dt));
    end
    peramalan(j) =(peramalan(j-1)*exp(-alpha*(dt))
    +(theta)*(1-exp(-alpha*(dt)))+sigma*exp(-alpha*(j))*jml);
    t(j) = j;
end

plot(t,peramalan,'g');
hold on;
grid on;

end

data2=[data_awal(93);data_kedua];
x= 0:length(data2)-1;
plot(x,data2,'r');

title('1000 Iterasi Prediksi');
xlabel('Waktu(Bulan)');
ylabel('Nilai Beta 2');
grid on;
hold on;

x=1:93;
x1=94:99;
figure(1);
plot(x,data_awal,'k',x1,data_kedua,'r');
legend('Jan 2010-Agustus 2017','Sep 2017-Maret 2018'
('location','southeast'));
title('Plot Nilai Parameter Beta 2','fontweight','b');
xlabel('Waktu (Bulan)');
ylabel('Nilai Beta 2');
grid on;
hold on;

```

```

data2=[data_awal(93);data_kedua];
ss=[Forecast];
plot(t,ss,'b');
hold on;

x= 0:length(data2)-1;
plot(x,data2,'r');
legend('Forecast','Actual beta','location','southwest');
title('Hasil Analisis Validasi Model 6 Bulan','fontweight','b');
xlabel('Waktu(Bulan)');
ylabel('Nilai Beta 2');
grid on;
hold off;

%Ramalan Beta 2 untuk 6 Bulan kedepan
Ramalan(1)=data_kedua(6);
t(1)=1;
for i=2:n+3
    jml=0;
    for s=i-1:i
        jml=jml+(exp(alpha*s)*randn*sqrt(dt));
        end
        Ramalan(i)=(Ramalan(i-1)*exp(-alpha*(dt))
            +theta*(1-exp(-alpha*(dt)))+sigma*exp(-alpha*i)*jml;
        t(i)=i;
    end
    Ramalan';
    plot(t,Ramalan,'r');
    title('Peramalan','fontweight','b');
    xlabel('Waktu (Bulan)');
    ylabel('Nilai Beta 2');

    for i=1:n
        B(i) = abs((((data_kedua(i)-Forecast(i)))/data_kedua(i))*100);
    end
    MAPE = mean(B);

```

*Halaman ini sengaja dikosongkan.*

## Biodata Penulis



Penulis bernama Meyita Sari, lahir di Gresik, 14 Mei 1996. Jenjang pendidikan formal yang ditempuh oleh penulis dimulai dari TK Sri Mulya Srirande (2000-2002), SDN Srirande II (2002-2008), SMP Negeri 2 Lamongan (2008-2011), SMA Negeri 2 Lamongan (2011-2014). Setelah lulus dari SMAN 2 Lamongan penulis melanjutkan studi ke jenjang S1 di Departemen Matematika ITS pada tahun 2014-sekarang melalui jalur SBMPTN dengan NRP 06111440000059. Di Departemen Matematika ITS penulis mengambil Bidang Minat Matematika Terapan. Selain aktif kuliah, penulis juga aktif berorganisasi di KM ITS melalui BIMITS (Paguyuban Bidikmisi) ITS sebagai staff Departemen KesMa (2015-2016), Bendahara Umum (2016-2017). Kemudian juga aktif sebagai staff Departemen Big Event Lembaga Dakwah Jurusan Ibnu Muqhlah Matematika ITS (2015-2016) dan (2016-2017). Selain itu, penulis juga aktif dalam berbagai acara kemahasiswaan yaitu GERIGI, Seminar Kemahasiswaan BAPKM, Seminar Kepenulisan ITS, dan dalam pelatihan kemahasiswaan seperti LKMM Pra-TD.

Informasi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini dapat ditujukan ke penulis melalui email: *meylitasari96@gmail.com*